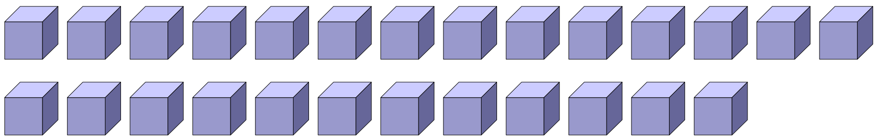
Maths cycle 3

NUMÉRATION

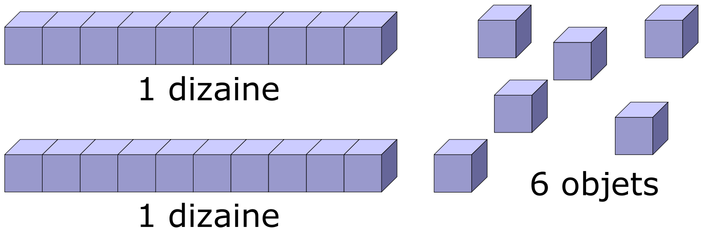
LES NOMBRES ENTIERS

- On peut compter les objets **un par un** :



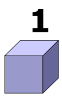
26 objets

ou les regrouper par **paquets de 10** :

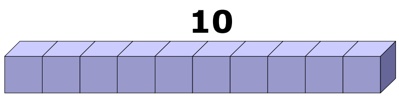


2 dizaines et 6 objets
⟶ 26 objets

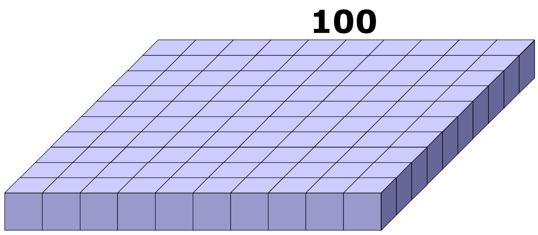
- Dans la numération *décimale*, on regroupe toujours les objets **par 10** :



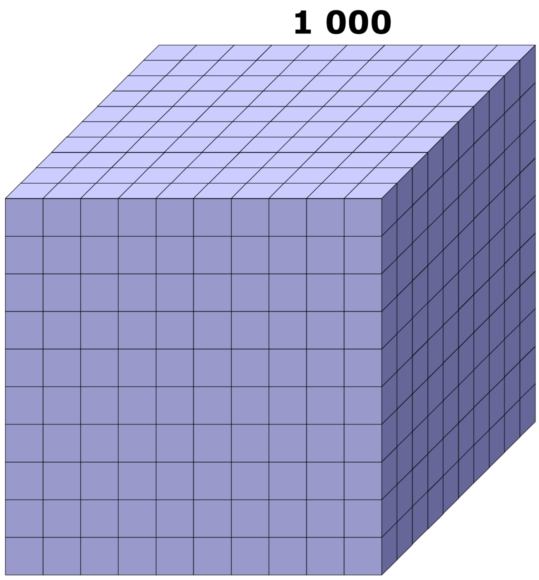
1 objet, c'est 1 *unité* simple.



10 objets, c'est 1 *dizaine*.



10 dizaines (100 objets), c'est 1 *centaine*.



10 centaines (100 dizaines), c'est 1 *millier*
(on dit aussi : 1 *unité de mille*)

NU.02 ÉCRIRE LES NOMBRES ENTIERS

On utilise le tableau suivant :

classe des millions			classe des mille			classe des unités		
centaines de millions c	dizaines de millions d	unités de millions u	centaines de mille c	dizaines de mille d	unités de mille u	centaines c	dizaines d	unités u
						7	2	5
					6	4	0	8
			1	3	0	6	3	9
	1	2	5	8	9	2	9	8

- Dans chaque classe, il y a 3 colonnes :
    - celle des unités (**u**)
    - celle des dizaines (**d**)
    - celle des centaines (**c**).
- Dans chaque colonne, on place un seul chiffre.

Lorsque l'on écrit, sans tableau, un nombre de plus de 3 chiffres, on groupe les chiffres par 3 à partir de la droite en laissant un espace (de largeur au plus égale à celle d'un chiffre) entre deux classes.

Exemples :

725	6 408	130 639	12 589 298
pas d'espace	1 espace	1 espace	2 espaces

Les nombres sont ainsi plus faciles à lire.

Attention : Il faut connaitre la valeur de chaque chiffre d'un nombre entier.

Exemples :

7 2 5

7 centaines
5 unités
2 dizaines

6 4 0 8

6 unités de mille
8 unités
4 centaines
0 dizaine

NU.03 LIRE LES NOMBRES ENTIERS

Pour lire les nombres entiers, on utilise en les combinant :

- le nom des chiffres : *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf (on ne prononce pas le zéro) ;*
- des mots particuliers : *onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize ;*
- le nom des dizaines : *dix, vingt, trente, quarante, cinquante, soixante ;*
- le nom des centaines : *cent ;*
- le nom des classes de nombres : *mille, million, milliard.*

Exemples :

725	*se lit*	*sept-cent-vingt-cinq*
6 408	*se lit*	*six-mille-quatre-cent-huit*
130 639	*se lit*	*cent-trente-mille-six-cent-trente-neuf*
12 589 298	*se lit*	*douze-millions-cinq-cent-quatre-vingt-neuf-mille-deux-cent-quatre-vingt-dix-huit*

Les noms des nombres

chiffres		*dizaines*		*autres*	
0	*zéro*	*10*	*dix*	*100*	*cent*
1	*un*	*20*	*vingt*	*1 000*	*mille*
2	*deux*	*30*	*trente*	*1 000 000*	*million*
3	*trois*	*40*	*quarante*	*1 000 000 000*	*milliard*
4	*quatre*	*50*	*cinquante*		
5	*cinq*	*60*	*soixante*		
6	*six*				
7	*sept*				
8	*huit*				
9	*neuf*				

NU.04 COMPARER LES NOMBRES ENTIERS 1

1 Les symboles de comparaison

Lorsque l'on compare deux nombres, on veut savoir lequel est le plus petit (ou le plus grand). Il peut arriver qu'ils soient égaux. Les symboles utilisés sont les suivants :

>	« plus grand que » ou « supérieur à »	*6 > 3*	*« six est plus grand que trois » ou « six est supérieur à trois »*
<	« plus petit que » ou « inférieur à »	*5 < 7*	*« cinq est plus petit que sept » ou « cinq est inférieur à sept »*
=	« égal à »	*10 = 10*	*« dix est égal à 10 »*

2 Comparer deux nombres entiers

- **Si deux nombres entiers n'ont pas le même nombre de chiffres**, le nombre le plus grand est celui qui a le plus de chiffres.

  - On veut comparer 624 et 68.
    624 est écrit avec **3** chiffres, 68 est écrit avec **2** chiffres.
    *« 624 est plus grand que 68 » ou bien « 624 est **supérieur** à 68 ».* $\boxed{624 > 68}$

  On peut aussi dire que :
  *« 68 est plus petit que 624 » ou bien « 68 est **inférieur** à 624 ».* $\boxed{68 < 624}$

- Si deux nombres entiers ont le même nombre de chiffres, on compare les chiffres un à un de gauche à droite.

  Dès que l'on rencontre un chiffre différent, on peut trouver quel est le nombre le plus grand.

  - On veut comparer 4 562 et 4 539.

    Le 1er chiffre à gauche est 4 pour les deux nombres.
    Le 2e chiffre à gauche est 5 pour les deux nombres.
    Le 3e chiffre à gauche (dizaines) est 6 pour 4 562 et 3 pour 4 539.
    6 est supérieur à 3, donc « 4 562 est supérieur à 4 539 ».

    On écrit : 4 562 > 4 539 ou bien 4 539 < 4562.

3 Ranger plusieurs nombres entiers

- On peut les ranger dans l'ordre **croissant** (on part du plus petit nombre pour aller vers le plus grand).

  Exemple : *2 < 18 < 198 < 213 < 1 000*
  le plus petit *le plus grand*

- On peut les ranger dans l'ordre **décroissant** (on part du plus grand nombre pour aller vers le plus petit).

  Exemple : *1 000 > 213 > 198 > 18 > 2*
  le plus grand *le plus petit*

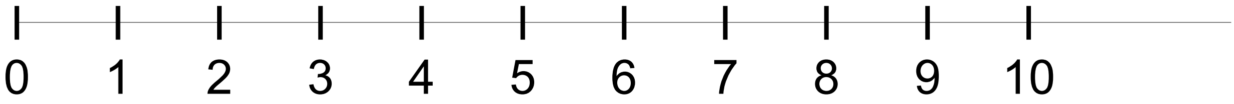
NU.05 — # COMPARER LES NOMBRES ENTIERS 2

1 Graduer une ligne droite

Graduer une ligne droite avec les nombres entiers, c'est placer régulièrement les nombres entiers sur cette ligne en les rangeant du plus petit au plus grand.

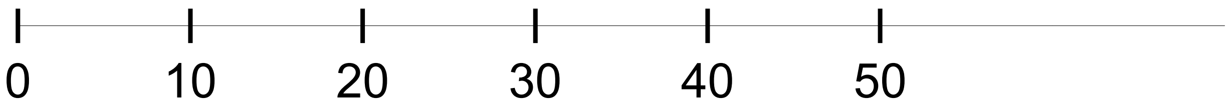
- On peut graduer une ligne droite en unités.

  On reporte régulièrement toujours le même segment et on compte de 1 en 1.



  On dit que le **pas** de la graduation est 1.

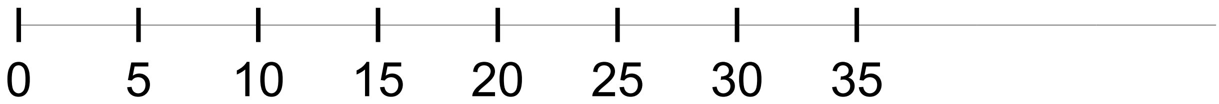
- On peut graduer une ligne droite en dizaines.



  On reporte régulièrement toujours le même segment et on compte de 10 en 10.

  Pour placer exactement 11, 12, 13, ... , il faut faire une sous-graduation entre les dizaines.

- On peut aussi faire un graduation avec le pas que l'on veut : 100, 1 000, ou même 5.



Exemple : Graduation avec un pas de 5.

2 Encadrer un nombre entier

- C'est le placer entre 2 autres nombres entiers, l'un plus petit que lui, l'autre plus grand.

  ➢ *352 est supérieur à 100 et 352 est inférieur à 1 000.*
  On dit que « 352 ***est compris*** *entre 100 et 1 000 ».*
  On écrit 100 < 352 < 1 000.

- On peut écrire d'autres *encadrements* :

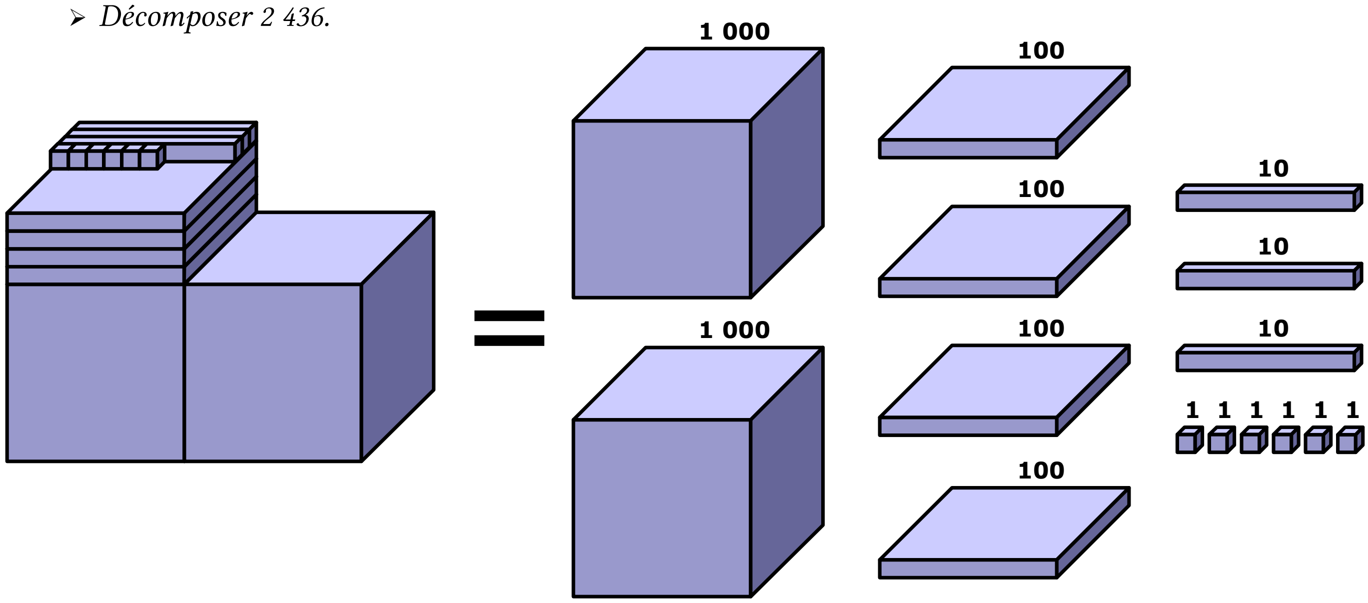
351 < 352 < 353	encadrement **à 1 près**.
350 < 352 < 360	encadrement **à 10 près**.
300 < 352 < 400	encadrement **à 100 près**.

NU.06 DÉCOMPOSER LES NOMBRES ENTIERS

1 Les classes de nombres

Décomposer un nombre entier, c'est l'écrire en montrant les différentes unités qu'il contient.

➢ *Décomposer 2 436.*



On peut écrire cette décomposition ainsi : **2 436 = 2 000 + 400 + 30 + 6**

2 Écrire les différentes décompositions d'un nombre entier

On peut décomposer **2 436** de plusieurs manières :

- 2 436 = (2 × 1 000) + (4 × 100) + (3 × 10) + (6 × 1) *2 milliers, 4 centaines, 3 dizaines, 6 unités*
- 2 436 = (2 × 1 000) + (4 × 100) + 36 *2 milliers, 4 centaines, 36 unités*
- 2 436 = (2 × 1 000) + 436 *2 milliers, 436 unités*
- 2 436 = (24 × 100) + 36 *24 centaines, 36 unités*
- 2 436 = (243 × 10) + 6 *243 dizaines, 6 unités*

Ces décompositions permettent de répondre à des questions telles que :

« Combien y a-t-il de dizaines dans 2 436 ? »

➢ *Il y a 243 dizaines parce que 2 436 = (243 × 10) + 6 .*

3 La différence entre chiffre et nombre

Le ***chiffre*** des unités de 243**6**, c'est le 6	**mais**	le ***nombre*** d'unités de **2436**, c'est 2 436.
Le ***chiffre*** des dizaines de 24**3**6, c'est le 3	**mais**	le ***nombre*** de dizaines de **243**6, c'est 243.
Le ***chiffre*** des centaines de 2**4**36, c'est le 4	**mais**	le ***nombre*** de centaines de **24**36, c'est 24.

NU.07 LES FRACTIONS 1

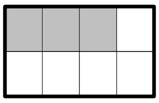
1 Définitions

Une fraction est un **nombre** qui représente des parts égales de l'unité (par exemple des parts égales de gâteau).

Dans une fraction, il y a 2 nombres :

$$\frac{1}{2}$$

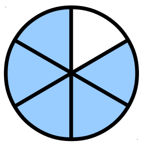
- un nombre pour dire **combien de parts on prend** : le NUMÉRATEUR.
- un nombre pour dire **en combien de parts on partage l'unité** : le DÉNOMINATEUR.

➢  *On a partagé l'unité en 8 parts égales. On a colorié 3 parts. La partie coloriée s'écrit :* $\frac{3}{8}$

2 Le sens de la fraction

On utilise une fraction :

- Pour préciser combien de parts égales on prend dans une ou plusieurs unités

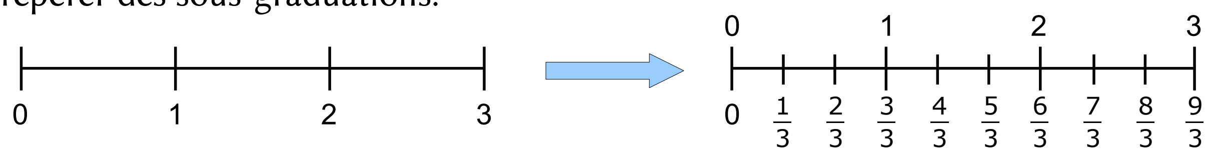
  ➢  *L'unité est partagée en 6 parties égales. Chaque partie coloriée représente l'unité divisée par 6. Au total :* $\frac{5}{6}$

- Pour désigner un rapport entre deux quantités

  ➢ *Dans un bouquet de 15 fleurs, il y a 5 roses.*

  On dit que le bouquet contient $\frac{5}{15}$ *de roses, ou bien que les roses représentent* $\frac{5}{15}$ *du bouquet.*

- Pour repérer des sous-graduations.

  ➢ 

3 Lire une fraction

Dans une fraction, on lit le numérateur normalement, puis le dénominateur auquel on rajoute le suffixe « -IÈME ».

$\frac{2}{5}$ *« deux » « cinq » « -ièmes » ➔ deux cinquièmes*

$\frac{3}{10}$ *« trois » « dix » « -ièmes » ➔ trois dixièmes*

Les dénominateurs 2, 3 et 4 ont un nom particulier :

$\frac{...}{2}$ ➔ « demi » *un demi, deux demis*

$\frac{...}{4}$ ➔ « quart » *un quart, deux quarts*

$\frac{...}{3}$ ➔ « tiers » *un tiers, deux tiers*

NU.08 LES FRACTIONS 2

1 Fractions égales

- Si on divise ou multiplie le numérateur et le dénominateur d'une fraction par le *même nombre*, on obtient une **fraction égale**.

  ➢ $\dfrac{1}{4} \overset{\times 2}{=} \dfrac{2}{8} \overset{\times 3}{=} \dfrac{6}{24}$

- Une même fraction peut donc s'écrire de nombreuses manières équivalentes.

  ➢ $\dfrac{140}{100} \overset{:10}{=} \dfrac{14}{10} \overset{:2}{=} \dfrac{7}{5}$

2 Comparer une fraction à 1

- Certaines fractions sont *inférieures* à 1. $\dfrac{5}{10}, \dfrac{3}{4}, \dfrac{56}{60}$.

  Le numérateur est inférieur au dénominateur.

- Certaines fractions sont *égales* à 1. $\dfrac{3}{3} = \dfrac{100}{100} = \dfrac{7}{7} = 1$.

  Le numérateur est égal au dénominateur.

- Certaines fractions sont *supérieures* à 1. $\dfrac{5}{3}, \dfrac{6}{4}, \dfrac{101}{60}$.

  Le numérateur est supérieur au dénominateur.

3 Ranger des fractions

- Si elles ont le **même numérateur** : $\dfrac{3}{5} > \dfrac{3}{7} > \dfrac{3}{15}$

  Plus le dénominateur est grand, plus la fraction est petite.

- Si elles ont le **même dénominateur** : $\dfrac{3}{4} < \dfrac{7}{4} < \dfrac{11}{4}$

  Plus le numérateur est grand, plus la fraction est grande.

4 Décomposer une fraction

Dans une fraction, on peut séparer la *partie entière* (le nombre d'unités) et la *partie fractionnée* (inférieure à 1).

Exemple :

On peut écrire :

partie entière *Partie fractionnée*

$\dfrac{14}{3} = \dfrac{12}{3} + \dfrac{2}{3}$ *ou bien* $\dfrac{14}{3} = 4 + \dfrac{2}{3}$

NU.09 LES FRACTIONS DÉCIMALES

1 Reconnaitre une fraction décimale

Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1 000, etc.

➢ $\frac{6}{10}$, $\frac{16}{100}$, $\frac{1236}{1000}$ *sont des fractions décimales.*

2 Lire et écrire une fraction décimale

$\frac{1}{10}$ se lit « *un dixième* ».

$\frac{14}{10}$ se lit « *quatorze dixièmes* ».

$\frac{256}{1000}$ se lit « *deux-cent-cinquante-six millièmes* ».

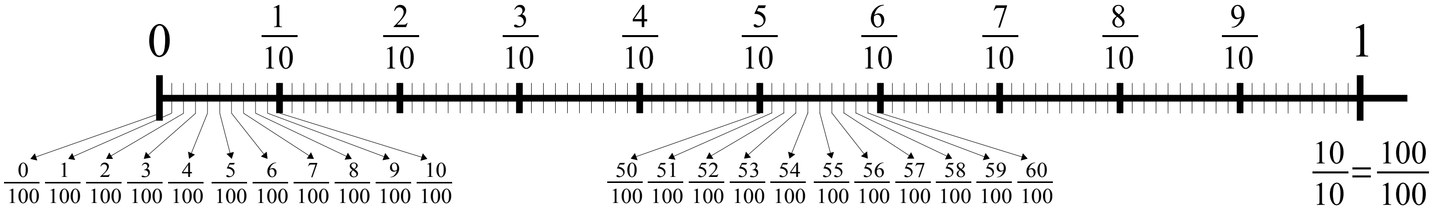
3 Décomposer une fraction décimale

fraction	**décomposition avec même dénominateur**	**décomposition « unités - dixièmes – centièmes... »**
$\frac{124}{100}$	$\frac{100}{100}+\frac{20}{100}+\frac{4}{100}$	$1+\frac{2}{10}+\frac{4}{100}$
$\frac{11434}{1000}$	$\frac{11000}{1000}+\frac{400}{1000}+\frac{30}{1000}+\frac{4}{1000}$	$11+\frac{4}{10}+\frac{3}{100}+\frac{4}{1000}$
$\frac{206}{100}$	$\frac{200}{100}+\frac{0}{100}+\frac{6}{100}$ On n'écrit pas cette fraction	$2+\frac{6}{100}$

4 Graduer une ligne droite avec des fractions décimales

Les fractions décimales ont une propriété très intéressante :

- quand on gradue $\frac{1}{10}$ en dixièmes, on obtient des centièmes.
- quand on gradue $\frac{1}{100}$ en dixièmes, on obtient des millièmes.
- etc.



NU.10 LES NOMBRES DÉCIMAUX 1

1 Écrire un nombre décimal

Un nombre décimal peut s'écrire **sous forme de fraction décimale** ou **avec une virgule**.

Fraction	signification	Écriture à virgule	Lecture
$\frac{1}{10}$	1 : 10 l'unité est divisée en 10	**0,1**	*un dixième*
$\frac{1}{100}$	1 : 100 l'unité est divisée en 100	**0,01**	*un centième*
$\frac{1}{1\,000}$	1 : 1 000 l'unité est divisée en 1 000	**0,001**	*un millième*
$\frac{1}{10\,000}$	1 : 10 000 l'unité est divisée en 10 000	**0,000 1**	*un dix-millième*

2 Lire un nombre décimal

- *Lire 15,628*

La virgule est toujours placée après le chiffre des unités.

15,628

à gauche de la virgule, c'est la **partie entière**

à droite de la virgule, c'est la **partie décimale**

On peut lire :

- *« **quinze** virgule **six cent vingt-huit** »*
- *« **quinze** et six cent vingt-huit millièmes »*
- *« **quinze** unités et six cent vingt-huit millièmes »*

3 Placer un nombre décimal dans un tableau

Pour pouvoir écrire les nombres décimaux, il faut rajouter des colonnes *à droite du tableau des entiers*.

10 000	1 000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1\,000}$	$\frac{1}{10\,000}$
dizaines de mille	unités de mille	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes
0	0	**3**	**0**	**5**	**6**	**2**	0	0

Ce nombre s'écrit **305,62**. On n'écrit pas les zéros à gauche de la partie entière, ni les zéros à droite de la partie décimale.

NU.11 LES NOMBRES DÉCIMAUX 2

1 Décomposer un nombre décimal

- En fractions décimales :

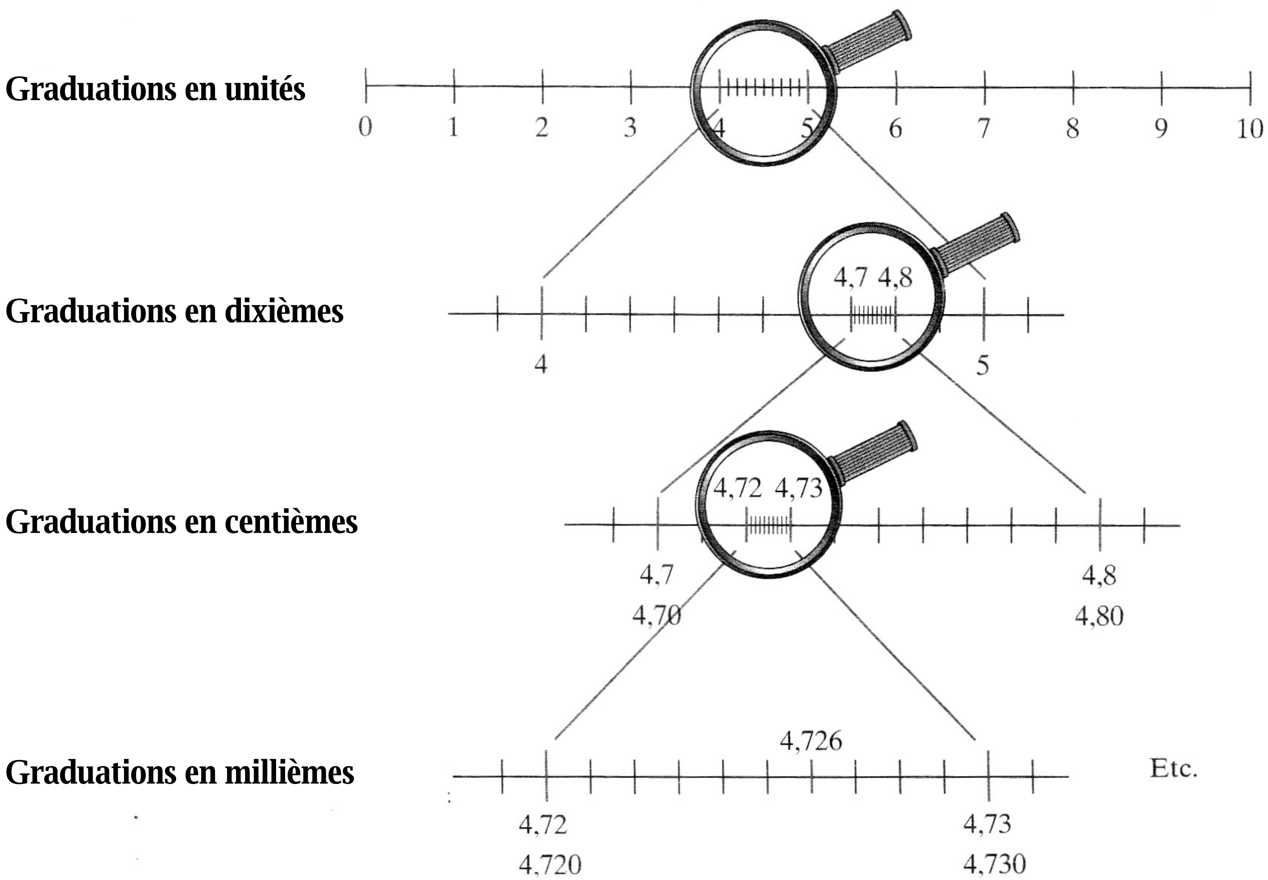
$$305{,}62 = \frac{30\,562}{100} = \frac{30\,500}{100} + \frac{62}{100} = 305 + \frac{62}{100} = 305 + \frac{6}{10} + \frac{2}{100}$$

- En partie entière et partie décimale :

$$305{,}62 = 305 + 0{,}62 = 305 + 0{,}6 + 0{,}02$$

2 Graduer une ligne droite

Les nombres décimaux peuvent être utilisés pour graduer une ligne droite de plus en plus précisément.



3 Comparer des nombres décimaux

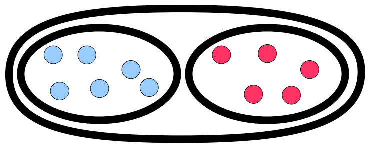
- **Ils n'ont pas la même partie entière :**
  Le plus petit est celui qui a la plus petite partie entière.
  - *3,656 < 9,1 parce que 3 < 9*
- **Ils ont la même partie entière :**
  On compare les chiffres après la virgule les uns après les autres, en commençant par les dixièmes.
  - *14,**2**5 < 14,**3** parce que 2 dixièmes < 3 dixièmes*

CALCUL

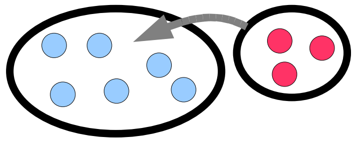
CA.01 ADDITION DES NOMBRES ENTIERS

1 Le sens de l'addition

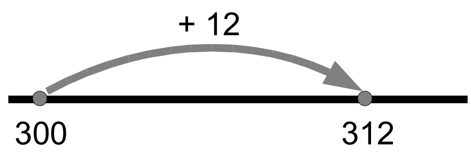
- On effectue une addition pour **réunir** deux ou plusieurs collections d'objets de même nature.



- On effectue une addition pour **ajouter** des objets à une collection d'objets.



- On effectue une addition pour **avancer** sur la file numérique.



Le résultat d'une addition s'appelle une **somme**.

2 La technique de calcul : poser une addition en colonnes

On utilise un tableau que l'on peut dessiner ou non.

Addition sans retenue :

	c	**d**	**u**
		1	1
+	6	0	7
+	2	4	1
	8	**5**	**9**

859 est la somme des trois nombres 11, 607 et 241.

Addition avec retenue :

	m	**c**	**d**	**u**
		1	**1**	
		6	2	8
+	1	2	9	5
	1	**9**	**2**	**3**

8 + 5 = 13.
J'écris 3 et je retiens 1.
1 + 2 = 3 ; 3 + 9 = 12.
J'écris 2 et je retiens 1.
1 + 6 = 7 ; 7 + 2 = 9.
J'écris 9. J'écris 1.

1 923 est la somme des deux nombres 628 et 1 295.

3 Propriété de l'addition

On peut additionner les nombres entiers *dans l'ordre que l'on veut.*

Cela permet de simplifier les calculs en ligne.

- *14 + 27 + 6*

  20 + 27 = 47.

14 + 27 est difficile à effectuer ; on effectue d'abord 14 + 6.

TABLE D'ADDITION

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	6	7	8	9	10	11	12	13	**14**	15	16
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Exemple : 6 + 8 = ?

Je rejoins la ligne de 6 et la colonne de 8. Au croisement, il y a le nombre 14.

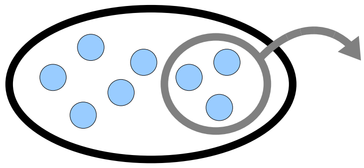
Réponse : 6 + 8 = 14

CA.03 SOUSTRACTION DES NOMBRES ENTIERS

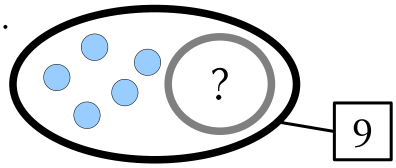
1 Le sens de la soustraction

On effectue une soustraction pour :

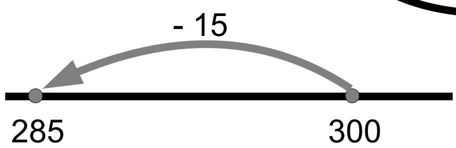
- Chercher **ce qui reste** quand on enlève, on retire, on perd des objets de même nature d'une collection.
  - ➢ *J'avais 38 billes. J'en ai perdu 15, il m'en reste 38 – 15, soit 23.*



- Chercher **ce qu'on a enlevé**.
  - ➢ *Il y avait 38 billes dans le sac. Il en reste 15.*
    On en a enlevé 38 – 15, soit 23.
- Chercher **ce qui manque** pour compléter une collection.
  - ➢ *J'ai 58 billes. Je voudrais en avoir 92.*
    Il m'en manque 92 – 58, soit 34.



- Reculer sur la **file numérique**.
  - ➢ *300 – 15 = 285*



- Calculer un **écart**.
  - ➢ *J'ai 12 ans, tu en as 8.*
    Nous avons 12 – 8, soit 4 ans d'écart.

Le résultat d'une soustraction s'appelle une **différence**.

2 La technique de calcul : poser une soustraction en colonnes

On utilise un tableau que l'on peut dessiner ou non.

Soustraction sans retenue :

	c	**d**	**u**
	8	6	5
–		2	4
	8	**4**	**1**

5 – 4 = 1 ;
6 – 2 = 4 ;
8 – 0 = 8.

841 est la différence entre 865 et 24.

Soustraction avec retenue :

	m	**c**	**d**	**u**
	2	**1** 3	4	9
–	**1**	8	4	6
	1	**5**	**0**	**3**

9 – 6 = 3 ;
4 – 4 = 0 ;
3 – 8 est impossible.
Mais 1 millier = 10 centaines.
J'ajoute 10 centaines aux 3 centaines de 2 359 et 1 millier à 846.
13 – 8 = 5 et je retiens 1 ;
2 – 1 = 1.

1 503 est la différence des deux nombres 2 349 et 846.

Attention : Contrairement à l'addition, la soustraction ne permet pas d'effectuer les calculs dans l'ordre que l'on veut !

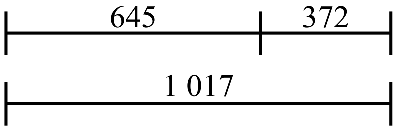
➢ *65 – 43 = 22, mais 43 – 65 est impossible.*

3 Lien avec l'addition

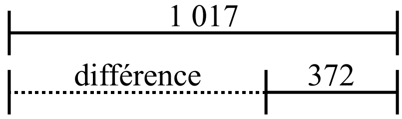
- A une addition, on peut faire correspondre 2 soustractions.

Exemple :

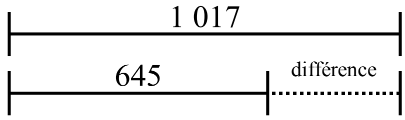
$$\begin{array}{r} 6\,4\,5 \\ +\ 3\,7\,2 \\ \hline 1\,0\,1\,7 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 1\,0\,1\,7 \\ -\ 3\,7\,2 \\ \hline 6\,4\,5 \end{array}$$



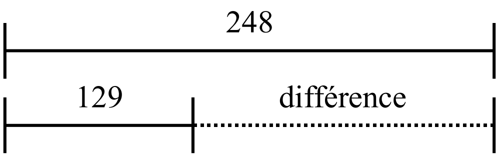
$$\begin{array}{r} 1\,0\,1\,7 \\ -\ 6\,4\,5 \\ \hline 3\,7\,2 \end{array}$$

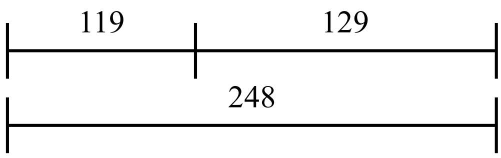


- Mais à une soustraction, on ne peut faire correspondre qu'une seule addition.

Exemple :

$$\begin{array}{r} 2\,4\,8 \\ -\ 1\,2\,9 \\ \hline 1\,1\,9 \end{array} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{array}{r} 1\,1\,9 \\ +\ 1\,2\,9 \\ \hline 2\,4\,8 \end{array}$$





CA.04 — TABLE DE SOUSTRACTION

–	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	0																				
1	1	0																			
2	2	1	0																		
3	3	2	1	0																	
4	4	3	2	1	0																
5	5	4	3	2	1	0															
6	6	5	4	3	2	1	0														
7	7	6	5	4	3	2	1	0													
8	8	7	6	5	4	3	2	1	0												
9	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0											
10	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0										
11	11	10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	1	0									
12	12	11	10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	2	1	0								
13	13	12	11	10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	3	2	1	0							
14	14	13	12	11	10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	4	3	2	1	0						
15	15	14	13	12	11	10	**9**	**8**	**7**	**6**	5	4	3	2	1	0					
16	16	15	14	13	12	11	10	**9**	**8**	**7**	6	5	4	3	2	1	0				
17	17	16	15	14	13	12	11	10	**9**	**8**	7	6	5	4	3	2	1	0			
18	18	17	16	15	14	13	12	11	10	**9**	8	7	6	5	4	3	2	1	0		
19	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
20	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Attention ! La table ne fonctionne que dans un sens (celui de la flèche).
Les résultats en **gras** sont très importants : ils correspondent à un **changement de dizaine**.
Il faut les savoir **par cœur** : ils servent à calculer les **soustractions avec retenues**.

CA.05 MULTIPLICATION DES NOMBRES ENTIERS

1 Le sens de la multiplication

On fait une multiplication pour :

- Dénombrer une collection d'objets identiques rangés en lignes et colonnes

  On a 3 rangées de 6, ou 6 colonnes de 3.

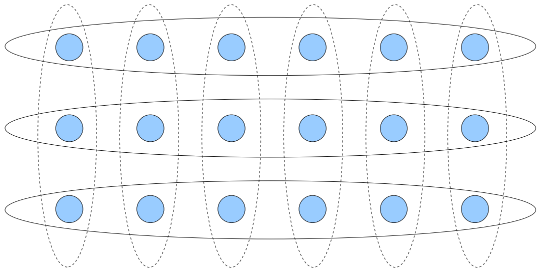
  On calcule $6 + 6 + 6 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$

  On écrit $6 \times 3 = 3 \times 6$

  On lit 6 multiplié par 3 (3 multiplié par 6)

  ou bien 6 fois 3 (3 fois 6)

  $\boxed{6 \times 3}$ est un **produit** composé des **facteurs** 6 et 3.



- Calculer la somme de plusieurs nombres égaux

  $15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 = 15 \times 7 = 105$ ou $7 \times 15 = 105$.

  3 tablettes de 24 carrés de chocolat : $24 + 24 + 24 = 3 \times 24 = 72$ carrés.

- Calculer le prix d'un nombre d'objets de même valeur.

Nombre de livres achetés	1	3	5	8
Prix payé en euros	12	36	60	96

$\times$ 12

1 livre coûte 12 €.

2 La technique de calcul

- Comment calculer 12×23 ?

On décompose chaque nombre, puis on calcule les produits.

		23	
	$\times$	**20**	**3**
12	**10**	$10 \times 20 = 200$	$10 \times 3 = 30$
	2	$2 \times 20 = 40$	$2 \times 3 = 6$

$$\begin{array}{lr} & 200 \\ + & 30 \\ + & 40 \\ + & 6 \\ \hline 23 \times 12 = & 276 \end{array}$$

On pose la multiplication.

$$\begin{array}{rr} & 12 \\ \times & 23 \\ \hline & 36 \\ + & 24\mathbf{0} \\ \hline & 276 \end{array}$$

Pour multiplier 12 par les 3 unités,
on peut dire : 3 fois 2 = 6. J'écris 6.
3 fois 1 = 3. J'écris 3.
$12 \times 3 = 36$.
Pour multiplier par les 2 dizaines,
<u>on place un zéro</u> puis on peut dire :
2 fois 2 = 4. J'écris 4.
2 fois 1 = 2. J'écris 2.
$12 \times 20 = 240$.
On effectue l'addition :
$36 + 240 = 276$.

- Comment calculer 148 × 52 ?

On décompose chaque nombre en centaines, dizaines, unités.

		148		
		100	40	8
52	50	50 × 100 = 5 000	50 × 40 = 2 000	50 × 8 = 400
	2	2 × 100 = 200	2 × 40 = 80	2 × 8 = 16

$$\begin{array}{lr} & 5\ 000 \\ + & 2\ 000 \\ + & 400 \\ + & 200 \\ + & 80 \\ + & 16 \\ \hline 148 \times 52 = & 7\ 696 \end{array}$$

On pose la multiplication.

$$\begin{array}{rr} & 148 \\ \times & 52 \\ \hline & 296 \\ + & 7\ 40\color{red}{0} \\ \hline & 7\ 696 \end{array}$$

2 × 148 = 296
50 × 148 = 7 400

CA.06 TABLES DE MULTIPLICATION

1 x 0 = 0
1 x 1 = 1
1 x 2 = 2
1 x 3 = 3
1 x 4 = 4
1 x 5 = 5
1 x 6 = 6
1 x 7 = 7
1 x 8 = 8
1 x 9 = 9
1 x 10 = 10

2 x 0 = 0
2 x 1 = 2
2 x 2 = 4
2 x 3 = 6
2 x 4 = 8
2 x 5 = 10
2 x 6 = 12
2 x 7 = 14
2 x 8 = 16
2 x 9 = 18
2 x 10 = 20

3 x 0 = 0
3 x 1 = 3
3 x 2 = 6
3 x 3 = 9
3 x 4 = 12
3 x 5 = 15
3 x 6 = 18
3 x 7 = 21
3 x 8 = 24
3 x 9 = 27
3 x 10 = 30

4 x 0 = 0
4 x 1 = 4
4 x 2 = 8
4 x 3 = 12
4 x 4 = 16
4 x 5 = 20
4 x 6 = 24
4 x 7 = 28
4 x 8 = 32
4 x 9 = 36
4 x 10 = 40

5 x 0 = 0
5 x 1 = 5
5 x 2 = 10
5 x 3 = 15
5 x 4 = 20
5 x 5 = 25
5 x 6 = 30
5 x 7 = 35
5 x 8 = 40
5 x 9 = 45
5 x 10 = 50

6 x 0 = 0
6 x 1 = 6
6 x 2 = 12
6 x 3 = 18
6 x 4 = 24
6 x 5 = 30
6 x 6 = 36
6 x 7 = 42
6 x 8 = 48
6 x 9 = 54
6 x 10 = 60

7 x 0 = 0
7 x 1 = 7
7 x 2 = 14
7 x 3 = 21
7 x 4 = 28
7 x 5 = 35
7 x 6 = 42
7 x 7 = 49
7 x 8 = 56
7 x 9 = 63
7 x 10 = 70

8 x 0 = 0
8 x 1 = 8
8 x 2 = 16
8 x 3 = 24
8 x 4 = 32
8 x 5 = 40
8 x 6 = 48
8 x 7 = 56
8 x 8 = 64
8 x 9 = 72
8 x 10 = 80

9 x 0 = 0
9 x 1 = 9
9 x 2 = 18
9 x 3 = 27
9 x 4 = 36
9 x 5 = 45
9 x 6 = 54
9 x 7 = 63
9 x 8 = 72
9 x 9 = 81
9 x 10 = 90

10 x 0 = 0
10 x 1 = 10
10 x 2 = 20
10 x 3 = 30
10 x 4 = 40
10 x 5 = 50
10 x 6 = 60
10 x 7 = 70
10 x 8 = 80
10 x 9 = 90
10 x 10 = 100

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	**0**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	**1**	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	**4**	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	**9**	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	**16**	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	**25**	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	**36**	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42	**49**	56	63	70
8	0	8	16	24	32	40	48	56	**64**	72	80
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	**81**	90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	**100**

CA.07 DIVISION EUCLIDIENNE

1 Le sens de la division

*Division *euclidienne* signifie « division avec reste entier ».

On utilise la division euclidienne* pour :

- **Traduire une distribution en parts égales**

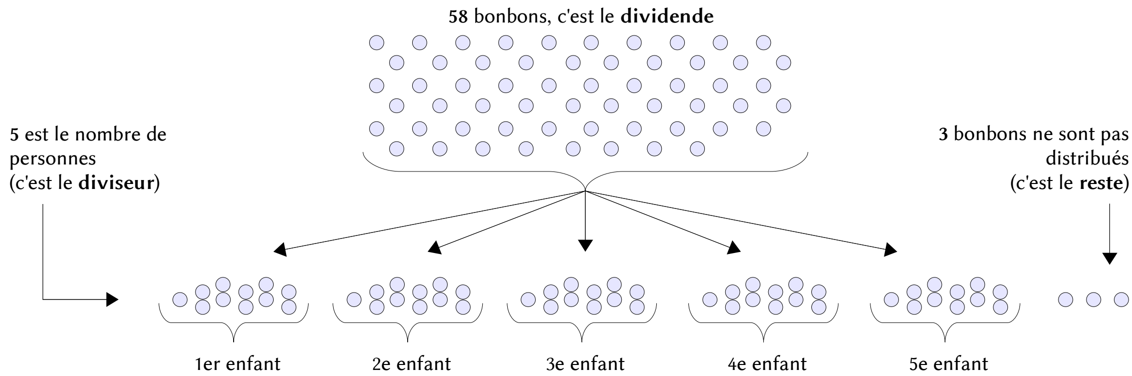
On connait :

- la quantité à distribuer (c'est le **dividende**) ;
- le nombre de personnes à qui on le distribue (c'est le **diviseur**).

On cherche :

- la part que chacun recevra (c'est le **quotient**) ;
- ce qu'on ne peut plus distribuer (c'est le **reste**).

➢ *On veut distribuer 58 bonbons à 5 enfants en parts égales.*



Combien chacun en recevra-t-il ?

On écrit :	58	=	(	5	×	11	)	+	3
	dividende			**diviseur**		**quotient**			**reste**

- **Traduire un partage en parts fixées**

On connait :

- ce qu'on a à partager (c'est le **dividende**) ;
- le contenu de chaque part (c'est le **diviseur**).

On cherche :

- le nombre de parts à réaliser (c'est le **quotient**) ;
- ce qu'on ne peut plus partager (c'est le **reste**).

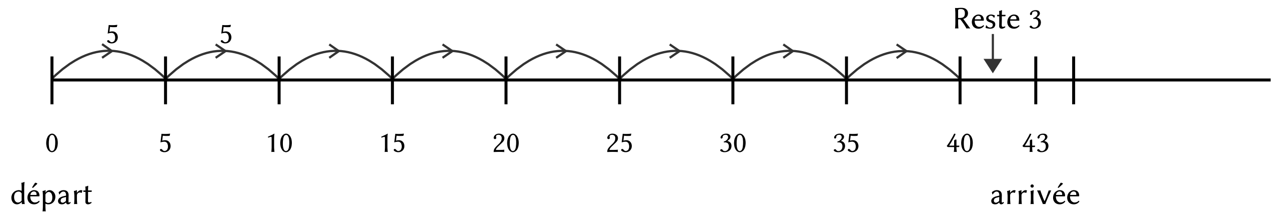
➢ *On veut distribuer 74 bonbons par paquets de 6.*
A combien d'enfants peut-on distribuer un paquet de 6 bonbons ?

On écrit :	74	=	(	6	×	12	)	+	2
	dividende			**diviseur**		**quotient**			**reste**

- **Traduire un déplacement par bonds réguliers sur la file numérique**

Dans le sens croissant, vers un but à atteindre.

➢ *Je pars de 0 et je veux atteindre 43. Combien de bonds de 5 dois-je faire ?*

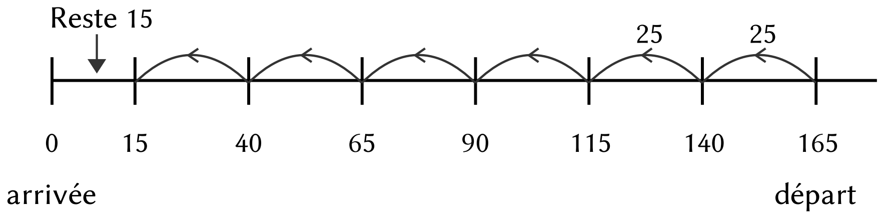


J'ai fait 8 bonds de 5, puis 3 pas.

On écrit : **43 = (5 × 8) + 3**

Dans le sens décroissant, vers l'origine.

➢ *Je pars de 165 et je veux atteindre 0 en faisant des bonds de 25. Combien de bonds vais-je faire ?*



J'ai fait 6 bonds de 25, puis 15 pas.

On écrit : **165 = (25 × 6) + 15**

2 LA TECHNIQUE DE CALCUL

- Avec soustractions intermédiaires :

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{9}7 & 7 \\ \cline{2-2} -7\downarrow & 13 \\ \cline{1-1} 27 & \\ -21 & \\ \cline{1-1} 6 & \end{array}$$

Dans 97, je prends 9, car 97 dépasse la table de 7 (10 × 7 = 70).
En 9, combien de fois 7 ?
1 fois, car 9 = (1 × 7) + 2. J'écris 1 au quotient.
Je pose 9 − 7 = 2. J'abaisse le 7.
En 27, combien de fois 7 ?
3 fois, car 27 = (3 × 7) + 6. J'écris 3 au quotient.
Je pose 27 − 21 = 6.
Je vérifie : 6 < 7.
Donc **97 = (13 × 7) + 6**.

- Sans soustractions intermédiaires :

$$\begin{array}{r|l} \overset{\frown}{325}8 & 48 \\ \cline{2-2} 378 & 67 \\ 42 & \end{array}$$

Dans 3258, je prends 325, car 3258 dépasse la table de 48 (10 × 48 = 480).
En 325, combien de fois 48 ?
6 fois. J'écris 6 au quotient.
6 × 8 = 48; **55** − 48 = 7. J'écris 7, je retiens **5**.
6 × 4 = 24; 24 + **5** = 29; 32 − 29 = 3. J'écris 3.
J'abaisse le 8.
En 378, combien de fois 48 ?
7 fois. J'écris 7 au quotient.
7 × 8 = 56; **58** − 56 = 2. J'écris 2, je retiens **5**.
7 × 4 = 28; 28 + **5** = 33; 37 − 33 = 4. J'écris 4.
Donc **3 258 = (67 × 48) + 42**.

CA.08 MULTIPLES ET DIVISEURS

1 Formulations équivalentes

Je sais que 56 = 2 × 28. Je peux dire :

- 56 est dans la table de 2.
- Le reste de la division de 56 par 2 est 0.
- Le quotient de la division de 56 par 2 est exact.
- 56 est un multiple de 2.
- 56 est divisible par 2.
- 2 est un diviseur de 56.
- 2 divise 56.

2 Les multiples d'un nombre

Un multiple d'un nombre est le produit de ce nombre par un autre nombre entier.

- *3 × 8 = 24 donc 24 est multiple de 3 (et de 8).*

On trouve les multiples d'un nombre dans sa table de multiplication.

- *Multiples de 6.*

*6 × 0 = **0***	*6 × 4 = **24***	*6 × 8 = **48***
*6 × 1 = **6***	*6 × 5 = **30***	*6 × 9 = **54***
*6 × 2 = **12***	*6 × 6 = **36***	*6 × 10 = **60***
*6 × 3 = **18***	*6 × 7 = **42***	***etc.***

3 Critères de divisibilité

- Pour qu'un nombre entier soit **divisible par 2** :

Son chiffre des unités doit être 0, 2, 4, 6, 8. C'est un nombre pair.

- *1**4**, 25**6**, 1 11**2** sont divisibles par 2.*
- *4**9**, 12**3**, 2 51**1** ne sont pas divisibles par 2.*

- Pour qu'un nombre entier soit **divisible par 5** :

Son chiffre des unités doit être 0 ou 5.

- *40**5** et 72**0** sont divisibles par 5.*
- *3**2** et 62**7** ne sont pas divisibles par 5.*

- Pour qu'un nombre entier soit **divisible par 10, par 100** :

Le nombre doit se terminer par 0 pour 10, 00 pour 100.

- *51**0** est divisible par 10.*
- *5 6**00** est divisible par 100.*

- Pour qu'un nombre entier soit **divisible par 3** :

La somme de tous ses chiffres doit être un multiple de 3.

- *324 est divisible par 3 car 3 + 2 + 4 = 9, multiple de 3.*
- *185 n'est pas divisible par 3 car 1 + 8 + 5 = 14, non multiple de 3.*

- Pour qu'un nombre entier soit **divisible par 9** :

La somme de tous ses chiffres doit être un multiple de 9.

- *648 est divisible par 9 car 6 + 4 + 8 = 18, multiple de 9.*
- *230 n'est pas divisible par 9 car 2 + 3 + 0 = 5, non multiple de 3.*

CA.09 ADDITION DES NOMBRES DÉCIMAUX

1 Le sens de l'addition des décimaux

Dans la vie courante, on a souvent besoin d'additionner des nombres décimaux :

- pour exprimer des **mesures** de longueurs, d'aires, de volumes, de masses
- pour donner le **prix** d'un objet.

On retrouve pour les nombres décimaux toutes les situations d'addition que l'on avait rencontrées avec les nombres entiers.

2 La technique de calcul

Comme pour les nombres entiers, on peut utiliser la technique de l'addition posée en colonnes :

- On place les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines,... , les **dixièmes** sous les **dixièmes**, les **centièmes** sous les **centièmes**.
- On place les virgules les unes sous les autres.
- On effectue l'addition comme avec les entiers, en faisant attention aux retenues.
- Dans le résultat, on place la virgule sous les autres virgules.

Addition sans retenue : 4,52 + 3,05

	u	10^e	100^e
	4 ,	5	2
+	3 ,	0	5
	7 ,	5	7

on écrit sans colonnes :

```
   4,52
+  3,05
   7,57
```

Addition avec retenue : 7,65 + 34,8

	d	u	10^e	100^e
	1	**1** 7 ,	6	5
+	3	4 ,	8	
	4	**2** ,	**4**	**5**

on écrit sans colonnes :

```
  1 1
    7,65
+  34,80
   42,45
```

On peut écrire un zéro pour avoir le même nombre de chiffres après la virgule (et faciliter l'alignement)

3 Propriété de l'addition

Comme pour les nombres entiers, on peut additionner les nombres décimaux *dans l'ordre que l'on veut.*

Cela permet de simplifier les calculs en ligne.

- *3,5 + 14,76 + 2,5*
  6 + 14,76 = 20,76.

3,5 + 14,76 est difficile à effectuer ; on effectue d'abord 3,5 + 2,5.

CA.10 SOUSTRACTION DES NOMBRES DÉCIMAUX

1 Le sens de la soustraction des décimaux

On retrouve toutes les situations de soustraction que l'on avait rencontrées avec les nombres entiers :

- Chercher **ce qui reste.**
  - *J'avais 15,50 €. J'ai dépensé 3,35 €. Combien me reste-t-il ?*
- Chercher **ce qu'on a enlevé**.
  - *Il y avait 1,5 L d'eau dans la bouteille. Il reste 0,8 L. Combien a-t-on enlevé ?*
- Chercher **ce qui manque.**
  - *Il me faut 2,5 kg de sucre. J'ai déjà 1,6 kg. Combien me manque-t-il ?*
- Calculer un **écart**.
  - *Je mesure 1,45 m. Mon frère mesure 1,23 m. Je le dépasse de combien ?*

2 La technique de calcul

Comme pour l'addition, la soustraction des décimaux utilise la même technique que celle des entiers, en plaçant correctement les virgules.

Soustraction sans retenue : 6,38 − 2,03

	u	**10^e**	**100^e**
	6 ,	3	8
−	2 ,	0	3
	4 ,	**3**	**5**

on écrit sans colonnes :

$$\begin{array}{r} 6,38 \\ -\ 2,03 \\ \hline 4,35 \end{array}$$

Soustraction avec retenue : 14,6 − 7,45

	d	**u**	**10^e**	**100^e**
	1	**1** 4 ,	6	**1**
−	**1**	7 ,	**1** 4	5
	0	**7 ,**	**1**	**5**

on écrit sans colonnes :

$$\begin{array}{r} {}^{1}\ {}^{1}\quad \\ 14,6\color{red}{0} \\ -\ {}_{1}\color{red}{0}7,{}_{1}45 \\ \hline 07,15 \end{array}$$

On peut remplir avec des zéros

3 Propriétés de la soustraction

Comme pour les entiers, on **ne peut pas** effectuer une soustraction dans l'ordre que l'on veut : **uniquement le grand nombre moins le petit**.

- *54,62 − 32,11 = 22,51* *mais* *32,11 − 54,62 est **impossible**.*

L'**ordre** des calculs a donc une importance.

- *(12,5 − 5,3) − 3,2 = 4* *mais* *12,5 − (5,3 − 3,2) = 10,4* ***Le résultat est différent !***

CA.11 MULTIPLICATION DES NOMBRES DÉCIMAUX

1 Le sens de la multiplication

On multiplie des décimaux pour :

- **Calculer l'aire** d'un rectangle par exemple.
  - ➢ *Un rectangle a pour mesures L =2,5 cm et l = 1,5 cm. Quelle est son aire ?*
- **Calculer le prix** de plusieurs objets de même prix.
  - ➢ *1 cahier coute 1,80 €. J'ai acheté 5 cahiers. Combien dois-je payer ?*
- **Calculer le prix** d'une fraction de l'unité.
  - ➢ *La côte de bœuf coute 13,50 € le kg. J'en achète 0,750 kg. Combien dois-je payer ?*
- **Calculer le total** d'une quantité qui se répète.
  - ➢ *Une allumette mesure 4,7 cm. Combien mesurent 16 allumettes mises bout à bout ?*

2 Multiplier un décimal par un entier

Pour multiplier avec des décimaux, on utilise les propriétés de la multiplication : multiplier par 10 équivaut à déplacer la virgule d'un chiffre vers la droite (et inversement pour la division).

Il suffit donc de multiplier les décimaux par 10, 100, etc. pour faire « disparaitre » la virgule, et de diviser par le même nombre en fin de calcul.

➢ *6,82 × 14*

$$\begin{array}{rr} & 6\,{,}\,8\,2 \\ \times & 1\,4 \\ \hline & 2\,7\,2\,8 \\ + & 6\,8\,2\,\mathbf{0} \\ \hline & 9\,5\,{,}\,4\,8 \end{array}$$

- ➢ *On effectue la multiplication **comme s'il n'y avait pas de virgule**. 6,82 a deux chiffres après la virgule, le résultat sera donc 100 fois trop grand.*
- ➢ *On replace la virgule dans le résultat. On divise le résultat par 100, ce qui correspond à 2 chiffres après la virgule.*
- ➢ *donc **6,82 × 14 = 95,48***

3 Propriétés de la multiplication par un décimal

- **Multiplier un nombre par 0,1** c'est le diviser par 10 ($0{,}1=\frac{1}{10}$) : *148 × 0,$\underline{1}$ = 14,$\underline{8}$*
- **Multiplier un nombre par 0,01** c'est le diviser par 100 ($0{,}01=\frac{1}{100}$) : *148 × 0,$\underline{01}$ = 1,$\underline{48}$*
- **Multiplier un nombre par 0,5** c'est le diviser par 2 ($0{,}5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$) : *148 × 0,5 = 74*
- Si on multiplie un nombre par un **décimal inférieur à 1**, le résultat est inférieur au nombre de départ :
  148 × 0,$\underline{9}$ = 133,$\underline{2}$
- Si on multiplie un nombre par un **décimal supérieur à 1**, le résultat est supérieur au nombre de départ :
  148 × 1,$\underline{1}$ = 162,$\underline{8}$

DIVISION DÉCIMALE

1 Le sens de la division décimale

Dans certaines situations de division, on doit **diviser aussi le reste**. Dans ces cas, le quotient contiendra des fractions, il sera donc décimal.

- *On veut partager 6 gâteaux entre 4 personnes.*

$6=(4\times1)+2$ *donc chaque personne aura 1 tarte entière (division euclidienne).*

On partage les 2 tartes restantes en 4 parts égales : chacun aura $\frac{2}{4}$ *de tarte (fraction).*

$6 \ = \ 4\times(1+\frac{2}{4}) \ = \ 4\times(1+0{,}5) \ = \ 4\times\mathbf{1{,}5}$ *donc chaque personne aura 1,5 tarte.*

On écrit $\boxed{6 : 4 = 1{,}5}$ ***« : » est le signe de la division décimale.***

2 La technique de calcul

Il s'agit de la même technique que la division euclidienne, mais cette fois, au lieu de s'arrêter quand le reste est inférieur au diviseur, on continue à **diviser jusqu'à ce qu'il reste 0**.

- *On veut partager 125 € entre 4 enfants.*

```
  125,00 | 4
 -12     |------
   05    | 31,25
   -4
    1 0
   -  8
      20
     -20
       0
partie entière | partie décimale
```

On effectue la division euclidienne :
125 = (4 x 31) + 1
On divise le reste :
On place une virgule au quotient.
On abaisse zéro dixièmes.
En 10, combien de fois 4 ? 2 fois, reste 2.
On abaisse zéro centièmes.
En 20, combien de fois 4 ? 5 fois, reste 5.
Le reste vaut 0, on a terminé.

Donc **125 : 4 = 31,25**

Chaque enfant recevra 31,25 €.

3 Le quotient approché

Parfois, la division décimale ne s'arrête jamais (le reste ne vaut jamais zéro). Le quotient exact n'est pas un nombre décimal.

- *25 : 3 =* ***8,3333...*** *Le quotient exact n'est pas décimal, c'est une fraction :* $\frac{25}{3}$

Dans ce cas, on peut écrire le **quotient approché**, aussi précisément que l'on veut :

Quotient approché de 25 : 3 ...	*par défaut*	*par excès*
à 1 unité près	8	9
à 1 dixième près	8,3	8,4
à 1 centième près	8,33	8,34
etc.	...	...

CA.13 PRIORITÉS DE CALCUL

1 Calculs en ligne

- **En général**, on effectue les calculs **dans l'ordre** où ils sont écrits.

  ➢ $\underbrace{25 + 84}_{} - 16 + 18$

  $= \underbrace{109 - 16}_{} + 18$

  $= 93 + 18 = 111$

Attention : on peut toujours effectuer les additions dans l'ordre que l'on veut (voir CA.01), mais pas les soustractions (voir CA.10).

- Quand il y a des **calculs entre parenthèses**, ils sont **prioritaires** : on effectue d'abord ces calculs-là.

  ➢ $25 + 84 - \underbrace{(16 + 18)}_{}$

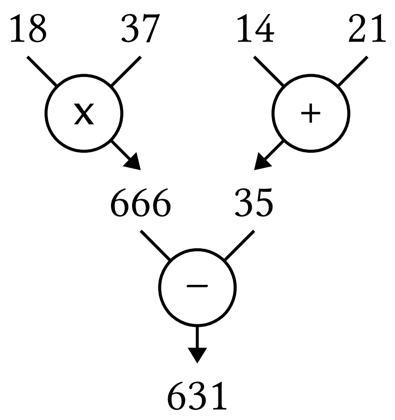
  $= \underbrace{25 + 84}_{} - \mathbf{34}$

  $= 109 - 34 = 75$

2 Arbre de calcul

Un arbre de calcul est une manière de représenter un calcul en indiquant les priorités.

Il est toujours équivalent à une écriture en ligne.

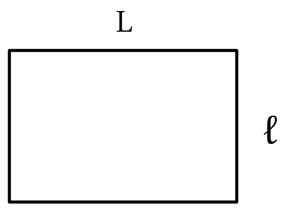


⟷ $(18 \times 37) - (14 + 21) = 631$

3 Écrire des calculs avec des lettres

Quand on veut écrire un calcul dont la forme ne change pas quels que soient les nombres, on peut *remplacer les nombres par des lettres*. On obtient un **modèle** de calcul.

➢ *Formule de calcul du périmètre d'un rectangle.*



$\boxed{P = 2 \times (L + \ell)}$

L représente la longueur du rectangle.
ℓ représente la largeur du rectangle.
P représente le périmètre du rectangle.

Pour calculer un périmètre, on remplace les lettres par des nombres :

Avec L = 5 cm et ℓ = 3 cm :
$P = 2 \times (5 + 3) = 16$ cm

Avec L = 10 cm et ℓ = 4 cm :
$P = 2 \times (10 + 4) = 28$ cm

GÉOMÉTRIE

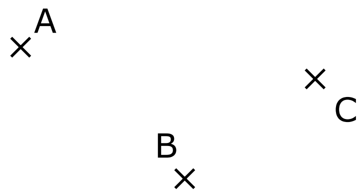
GM.01 OBJETS ET NOTATIONS

1 Le point

Un point est un endroit **précis** du plan.

- On le repère souvent avec une croix (×).
- On le nomme avec une lettre majuscule.

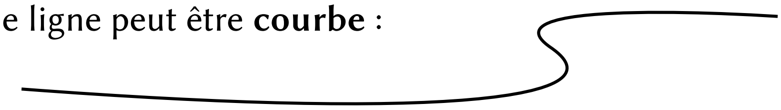
➢ *Exemples :*



2 La ligne et la droite

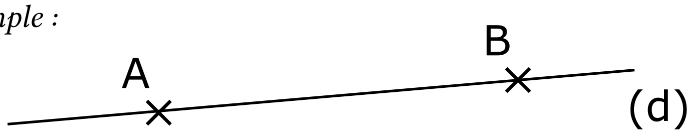
Une ligne est une suite continue de points. On la trace sans lever le crayon.

- une ligne peut être **courbe** :



- Une ligne peut être **droite**. Dans ce cas, on la trace avec une règle.
- On nomme une droite entre parenthèses, soit avec une lettre minuscule, soit avec le nom de deux de ses points.

➢ *Exemple :*



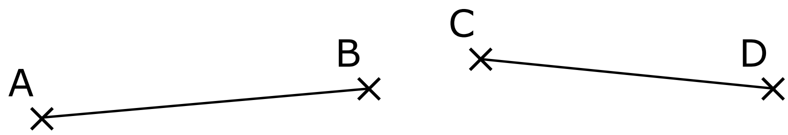
On peut appeler cette droite :
(d) ou (AB)

3 Le segment

Un segment est une *portion de droite* limitée par deux points appelés **extrémités**.

- On nomme un segment à l'aide du nom de ses extrémités, entre crochets.

➢ *Exemples :*

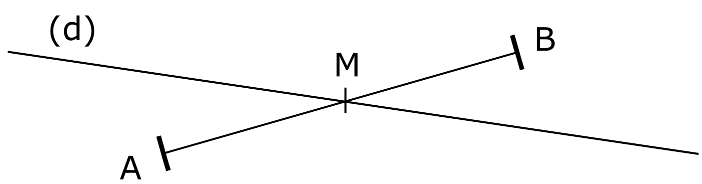


Le segment [AB]   Le segment [CD]

4 Intersection

On appelle **point d'intersection** le point où deux objets (droite, segment, ...) se croisent (se coupent). Le point d'intersection appartient *aux deux objets à la fois*.

➢ *Le point M est l'intersection de la droite (d) et du segment [AB].*

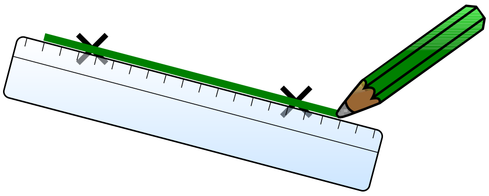


GM.02 LES INSTRUMENTS DE DESSIN

1 La règle

La **règle** permet de tracer des **droites** et des **segments**.

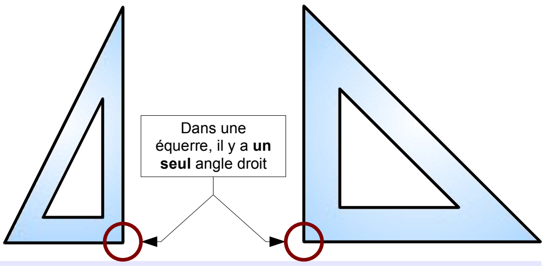
- Pour tracer une droite passant par deux points, il faut placer la règle juste en-dessous des deux points et tracer sans la faire bouger.



2 L'équerre

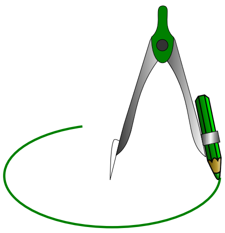
Avec une **équerre**, on peut :

- vérifier qu'un angle est droit (voir GM.03 et GM.13)
- construire un angle droit.

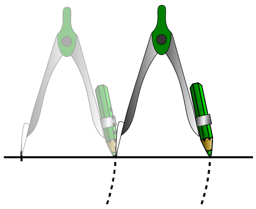


3 Le compas

Le **compas** sert à :



- dessiner des **cercles** ou des arcs de cercle

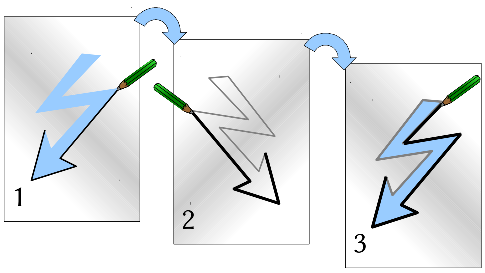


- **reporter** des longueurs.

4 Le calque

Le **calque** sert à **reproduire** un dessin ou à **comparer** des figures. Pour décalquer un dessin, il faut :

- tracer une première fois sur le calque
- retourner le calque et repasser sur l'envers au brouillon (le dessin est retourné)
- retourner à nouveau le calque et repasser sur l'endroit.



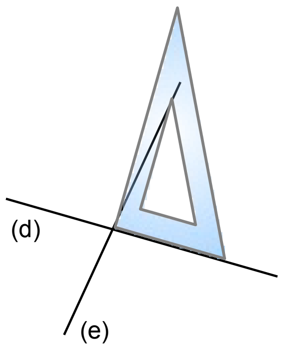
5 Le gabarit

Un gabarit, c'est un **modèle** de l'objet que l'on veut reproduire, découpé dans une feuille de papier épais. Il permet de reproduire *la même forme autant de fois que l'on veut.*

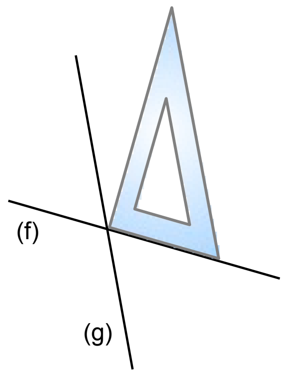
GM.03 TRACER 2 DROITES PERPENDICULAIRES

1 Définition

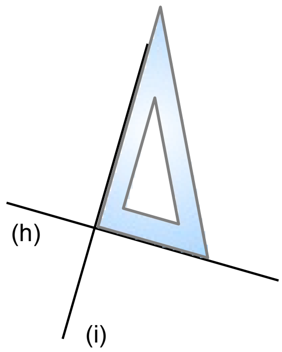
Deux droites sont **perpendiculaires** quand elles **se coupent en formant un angle droit** (voir GM.13). On vérifie qu'un angle est droit avec une *équerre*.



Les droites (d) et (e)
ne sont pas perpendiculaires



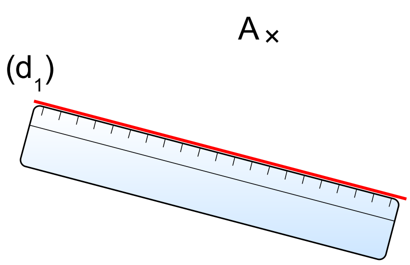
Les droites (f) et (g)
ne sont pas perpendiculaires



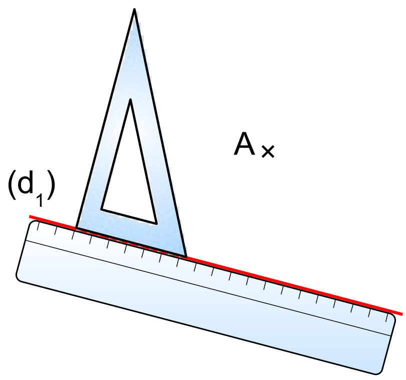
Les droites (h) et (i)
sont perpendiculaires

2 Méthode de tracé avec la règle et l'équerre

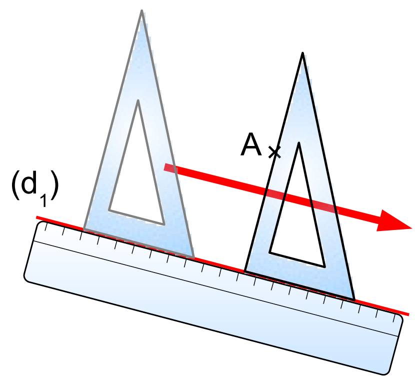
Je veux tracer la droite perpendiculaire à la droite (d1) et passant par le point A.



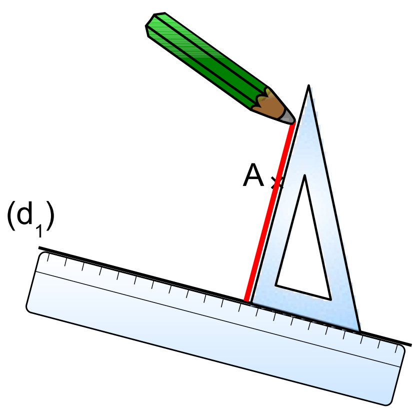
1) Je place la règle sur la droite (d_1).



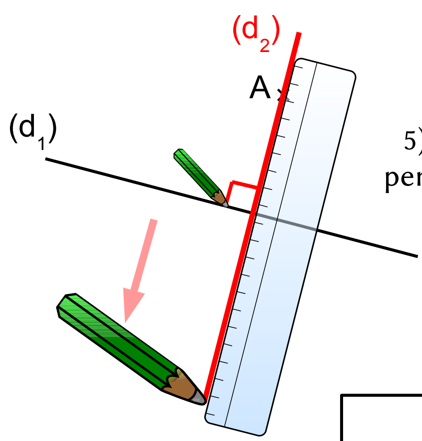
2) Je place un côté de l'équerre sur la règle.



3) Je fais **glisser l'équerre sur la règle**, jusqu'à ce que le deuxième côté de l'angle droit passe par le point A.



4) Je trace la droite perpendiculaire.



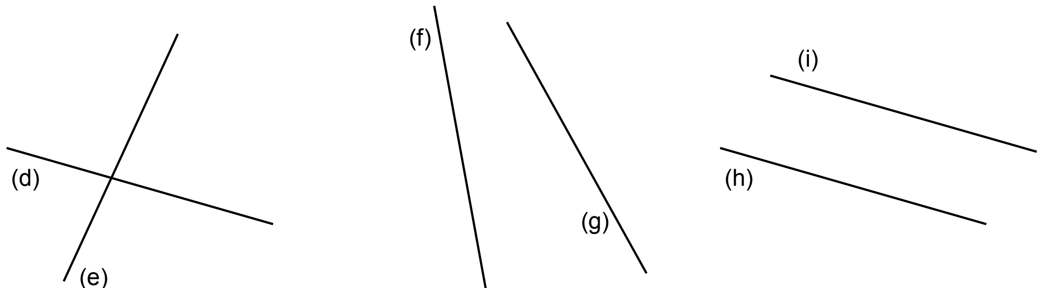
5) Je **prolonge** la droite perpendiculaire. Je marque l'angle droit.

La droite (d2) est perpendiculaire à (d1) et passe par A.

GM.04 TRACER 2 DROITES PARALLÈLES

1 Définition

Deux droites sont **parallèles** quand elles **ne se coupent jamais**, *même si on les prolonge au-delà de la feuille*. Elles ont la **même direction**.



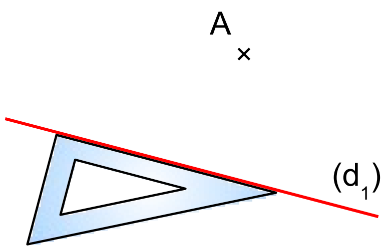
Les droites (d) et (e) se coupent : elles **ne sont pas** parallèles.

Les droites (f) et (g) ne se coupent pas dans la feuille, mais **vont se couper** si on les prolonge : elles **ne sont pas** parallèles.

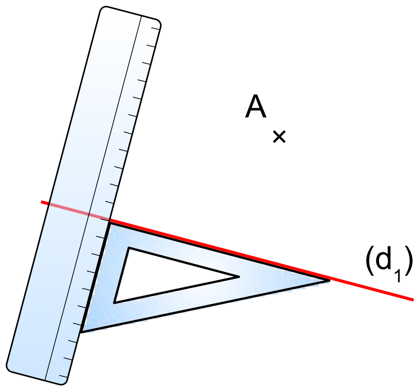
Les droites (h) et (i) **sont** parallèles.

2 Méthode de tracé avec la règle et l'équerre

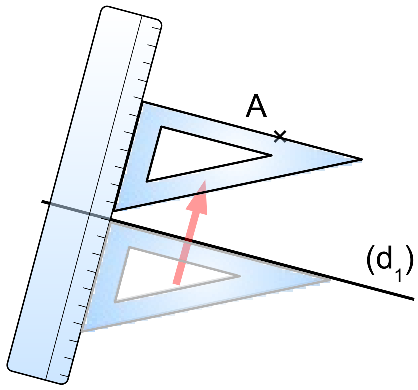
Je veux tracer la droite parallèle à la droite (d1) et passant par le point A.



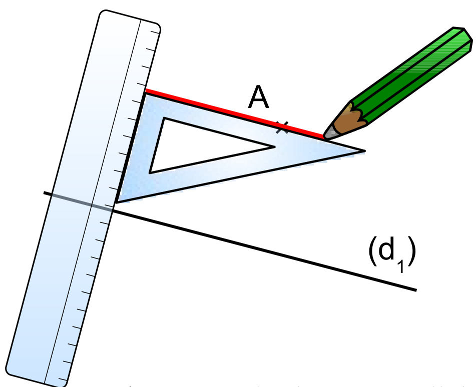
1) Je place un côté de l'équerre sur la droite (d_1).



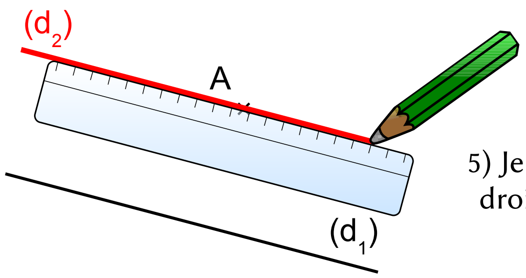
2) Je place la règle sur l'autre côté de l'équerre.



3) Je fais **glisser l'équerre sur la règle**, jusqu'à ce que le deuxième côté de l'angle droit passe par le point A.



4) Je trace la droite parallèle.



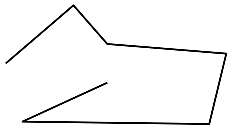
5) Je **prolonge** la droite parallèle.

La droite (d2) est parallèle à (d1) et passe par A.

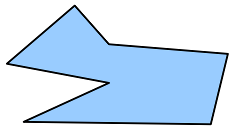
GM.05 LES POLYGONES

1 Définitions

Une **ligne brisée** (ou polygonale) est une figure formée d'une suite de segments.

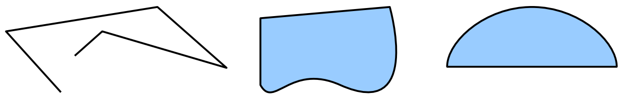


ligne brisée
(ouverte)



ligne brisée **fermée**
= polygone

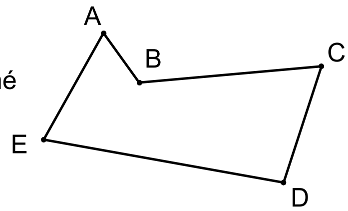
Un **polygone** est une portion de plan limitée par une ligne brisée **fermée**. Chacun des côtés d'un polygone est un segment.



Ces formes **ne sont pas** des polygones.

On nomme un polygone en écrivant les lettres de tous ses sommets, dans l'ordre où on les rencontre en parcourant la ligne brisée.

Un polygone nommé
ABCDE



2 Les noms des polygones

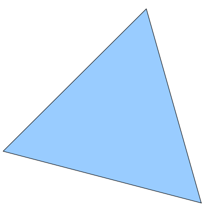
Les polygones qui ont...	s'appellent...
3 côtés	triangles
4 côtés	quadrilatères
5 côtés	**penta**gones
6 côtés	**hexa**gones

Les polygones qui ont...	s'appellent...
7 côtés	**hepta**gones
8 côtés	**octo**gones
9 côtés	**ennéa**gones
10 côtés	**déca**gones

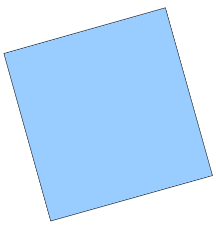
3 Les polygones réguliers

Un polygone **régulier** est un polygone dont :

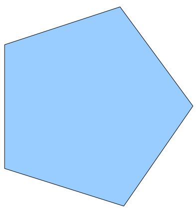
- **tous les côtés** ont le même longueur
- **tous les angles** ont la même mesure



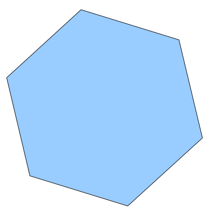
triangle régulier
(équilatéral)



quadrilatère régulier
(carré)



pentagone régulier



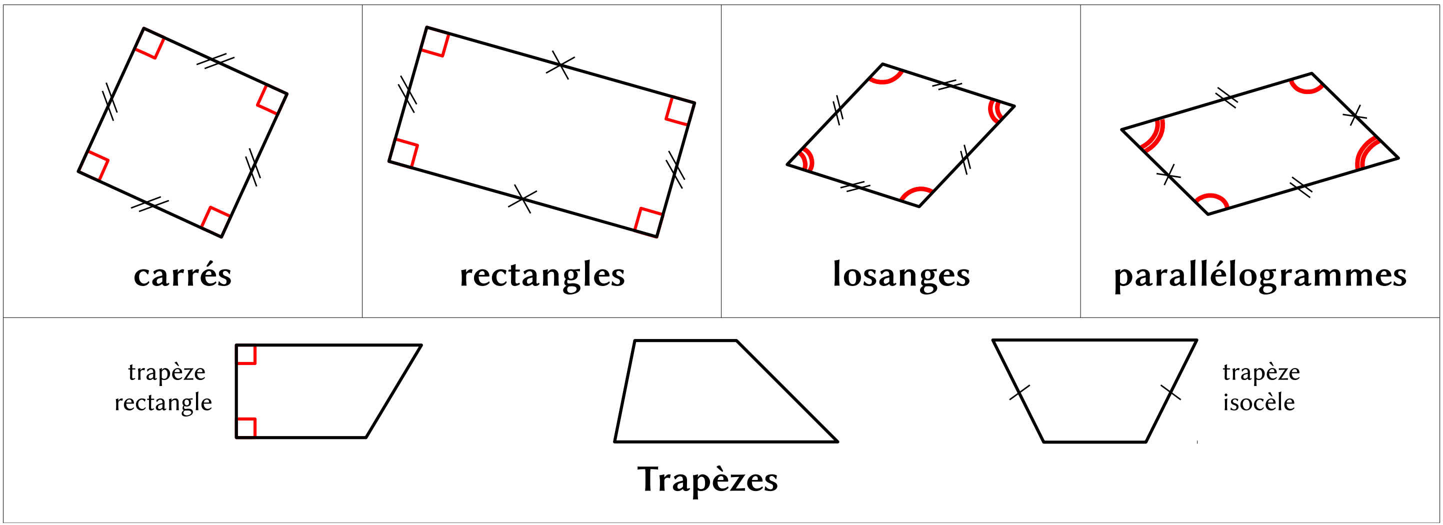
hexagone régulier

GM.06	LES QUADRILATÈRES

1 Reconnaitre un quadrilatère

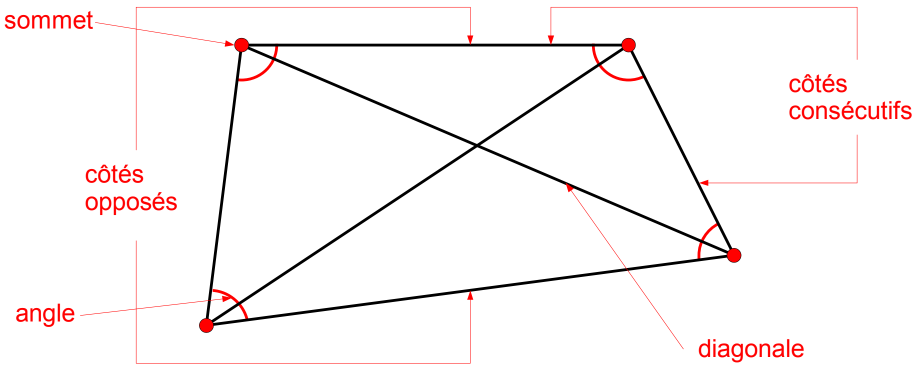
Un **quadrilatère** est un *polygone qui a 4 côtés.*

- Il existe cinq familles de quadrilatères :

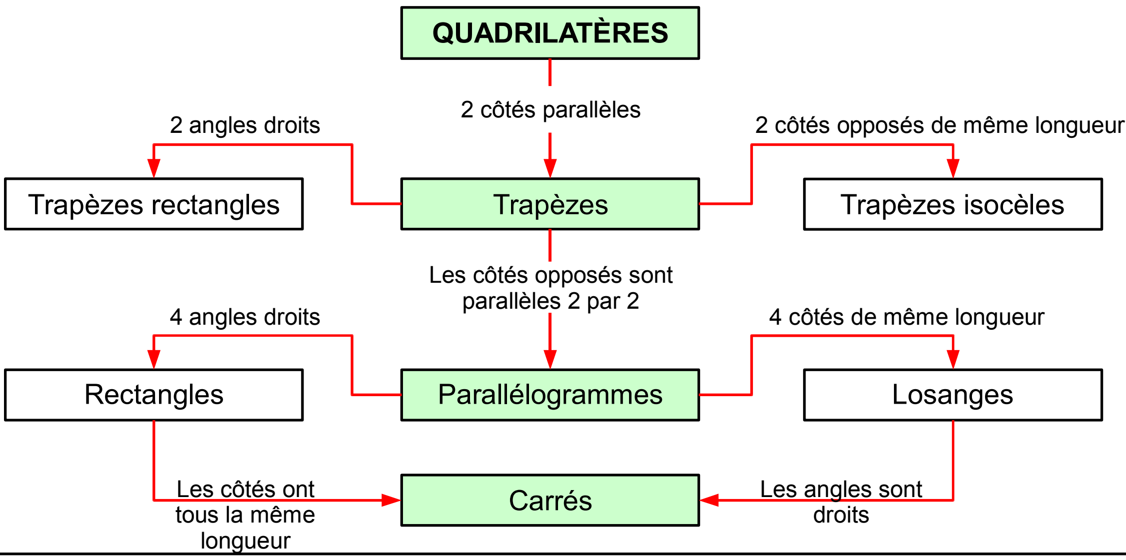


2 Vocabulaire

Les quadrilatères ont 4 **côtés**, 4 **sommets**, 2 **diagonales**, 4 **angles**.

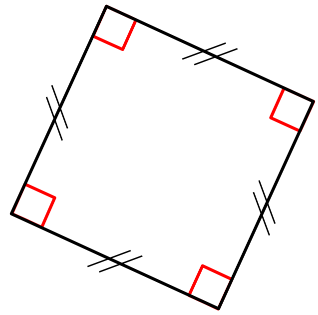


3 Relations entre les quadrilatères

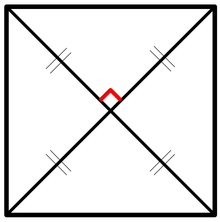


GM.07 LES CARRÉS

1 Propriétés du carré

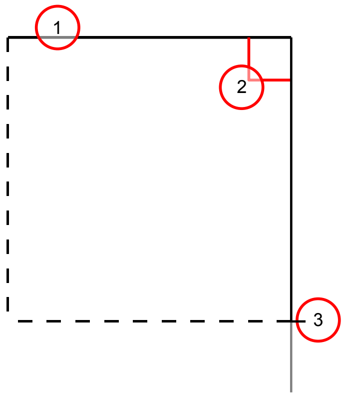


- Le carré est un **quadrilatère** : il a *4 côtés*.
- Le carré est **régulier** :
  - tous ses *côtés* ont la même longueur
  - tous ses *angles* sont égaux (ils sont tous droits)
- Les *diagonales* du carré :
  - ont la même longueur
  - sont perpendiculaires
  - se coupent en leur milieu

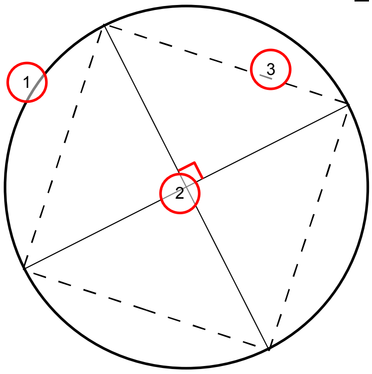


2 Construction d'un carré

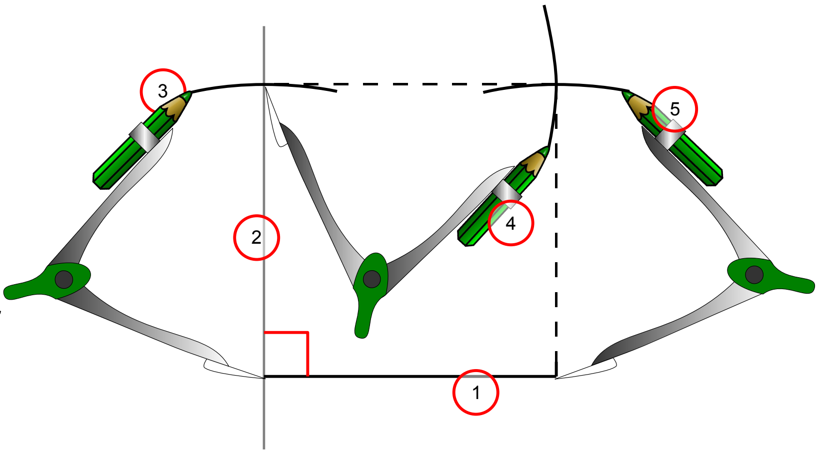
- **Avec la règle et l'équerre** :
  - je trace un segment, je mesure sa longueur avec la règle,
  - je trace la perpendiculaire au segment à une extrémité, je mesure la même longueur,
  - je recommence pour les deux autres côtés du carré.



- **Avec le compas, la règle et l'équerre** :
  - je trace un cercle,
  - je trace **deux diamètres perpendiculaires** du cercle,
  - je relie les extrémités des diamètres.



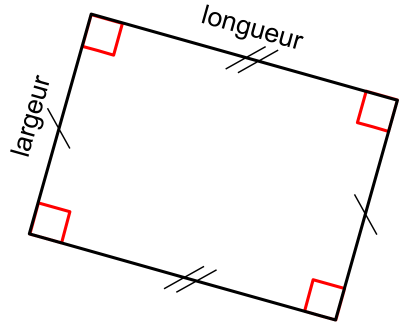
- **Avec la règle, l'équerre et le compas** :
  - je trace un segment, je mesure sa longueur avec la règle,
  - je trace la perpendiculaire au segment à une extrémité,
  - je **reporte** la longueur du segment **avec le compas**,
  - je reporte à nouveau la longueur en partant de chaque extrémité déjà tracée,
  - je relie les extrémités reportées.



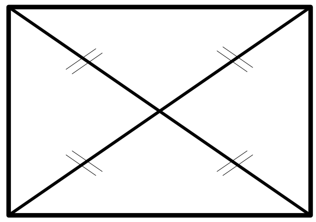
GM.08 LES RECTANGLES

1 Propriétés du rectangle

- Le rectangle est un **quadrilatère** : il a *4 côtés*.
- Le rectangle **a 4 angles droits.**
- Le côté le plus *long* s'appelle **longueur (L)**, le côté le plus *court* s'appelle **largeur (ℓ)**.



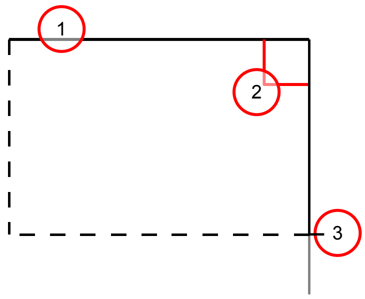
- Les *diagonales* du rectangle :
  - ont la même longueur
  - se coupent en leur milieu.



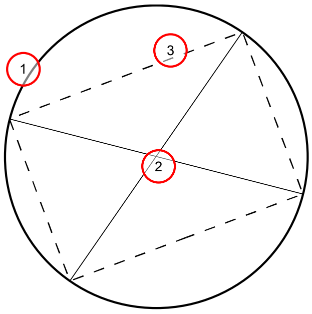
2 Construction d'un rectangle

On peut tracer un rectangle de longueur et de largeur données :

- **Avec la règle et l'équerre :**
  - je trace un segment, je mesure la **longueur** avec la règle,
  - je trace la perpendiculaire au segment à une extrémité, je mesure la **largeur**,
  - je recommence pour les deux autres côtés du rectangle.

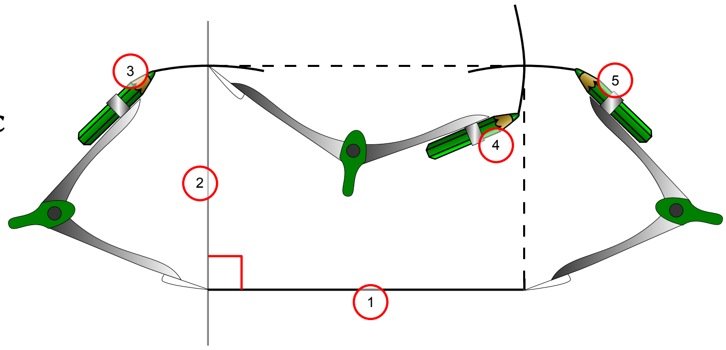


- **Avec le compas, la règle et l'équerre :**
  - je trace un cercle,
  - je trace **deux diamètres** du cercle,
  - je relie les extrémités des diamètres.



Avec la règle, l'équerre et le compas :

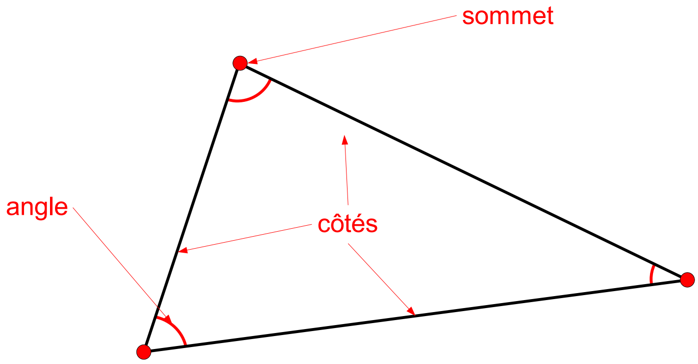
- je trace un segment, je mesure la **longueur** avec la règle,
- je trace la perpendiculaire au segment à une extrémité,
- je **reporte** la **largeur** du segment **avec le compas**,
- je reporte la **longueur** en partant de chaque extrémité déjà tracée,
- je relie les extrémités reportées.



GM.09 LES TRIANGLES

1 Rappels

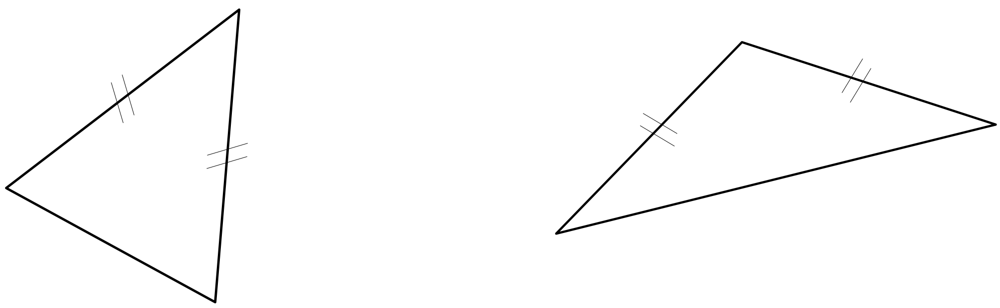
- Le triangle est un polygone à 3 côtés.
- Le triangle a aussi 3 sommets.
- Quand on trace un triangle sans se soucier de sa forme ou de la longueur de ses côtés, on dit qu'il s'agit d'un **triangle quelconque**.



2 Les triangles particuliers

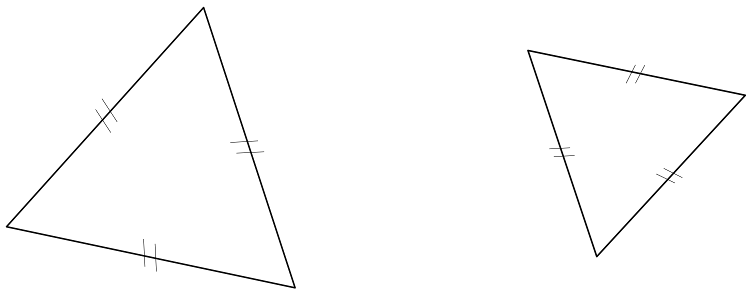
- **Le triangle isocèle**

  Un triangle isocèle est un triangle qui a **DEUX côtés de même longueur**.



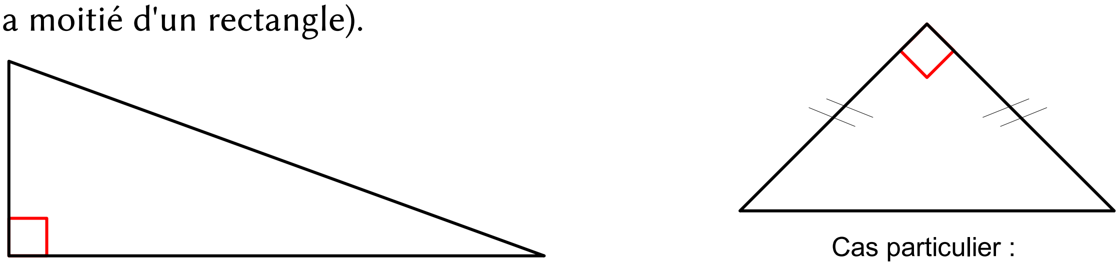
- **Le triangle équilatéral**

  Un triangle équilatéral est un triangle qui a **TROIS côtés de même longueur**.



- **Le triangle rectangle**

  Un triangle rectangle est un triangle qui a **un angle droit** (On l'appelle ainsi parce qu'il forme la moitié d'un rectangle).

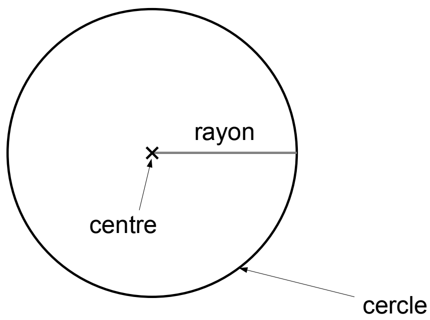


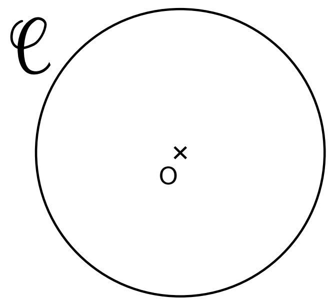
Cas particulier :
triangle rectangle isocèle

GM.10 LE CERCLE

1 Définitions

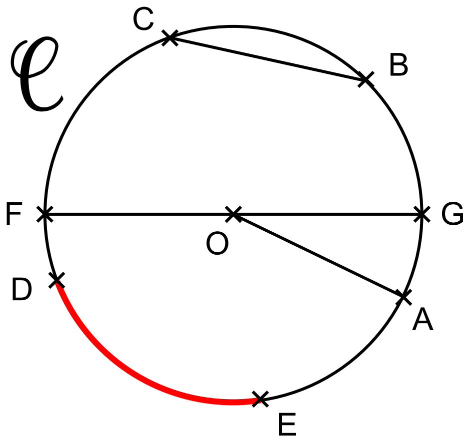
- Un cercle est l'ensemble des points situés à la **même distance** d'un point appelé **centre**.
- On appelle **rayon** un segment qui relie le centre et un point du cercle.





Cercle 𝒞 de centre O

- On appelle **corde** un segment qui relie deux points du cercle.
- On appelle **diamètre** une corde qui passe par le centre. La mesure du diamètre est le double de celle du rayon.
- Un **arc** de cercle est une portion de cercle délimitée par deux points.

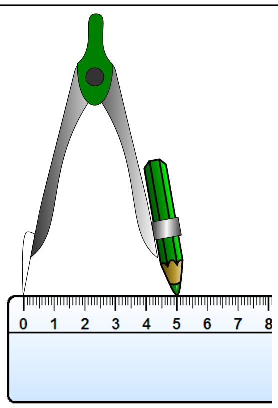
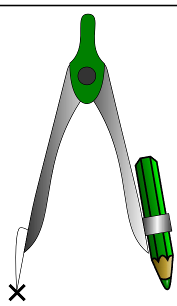
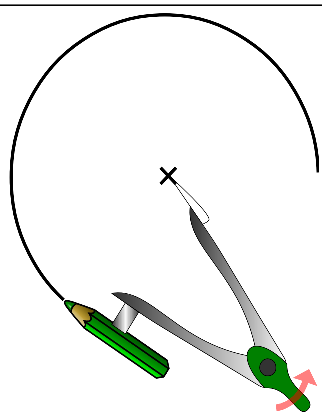


Dans le cercle 𝒞 de centre O :

- [OA] est un **rayon**
- [BC] est une **corde**
- $\overset{\frown}{DE}$ est un **arc**
- [FG] est un **diamètre**

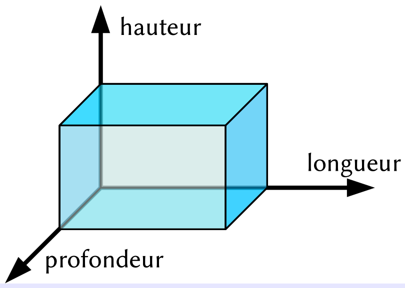
2 Tracer des cercles

Pour tracer un cercle, on utilise un **compas** :

		
On **écarte** le compas de la valeur du **rayon**.	On **pique** la **pointe** du compas sur le **centre**.	On **trace** avec le **crayon** sans déplacer la pointe.

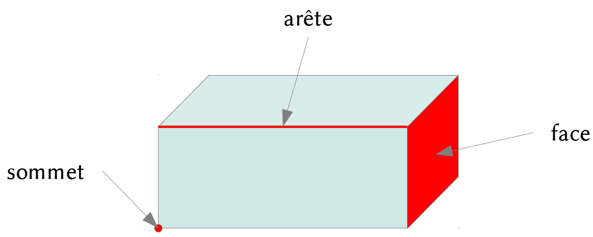
LES SOLIDES

1 Définitions

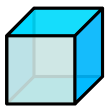
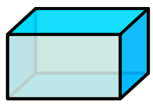
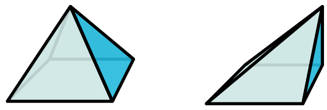
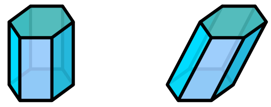


- Un **solide** est un objet délimité par une surface fermée.
- Un solide a trois dimensions : la longueur, la hauteur et la profondeur.

2 Les polyèdres

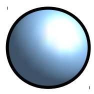
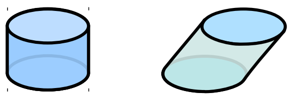
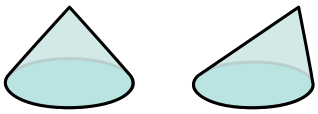


- Un **polyèdre** est un solide délimité par des surfaces planes (des polygones).
- Un polyèdre présente des **faces**, des **arêtes** et des **sommets**.
- Voici les principaux polyèdres :

Solide	Nom	Caractéristiques
	Cube	6 faces carrées
	Pavé (parallélépipède rectangle)	6 faces rectangulaires
	Pyramide	1 face polygonale les autres faces triangulaires
	Prisme	2 faces polygonales (bases) les autres : parallélogrammes

3 Les autres solides

- Ils sont délimités par des surfaces **courbes**. Voici quelques exemples :

Solide	Nom	Types de surfaces
	Sphère	1 surface courbe
	Cylindre	2 surfaces planes (bases) 1 surface courbe
	Cône	1 surface plane (base) 1 surface courbe

GM.12 CONSTRUIRE DES SOLIDES

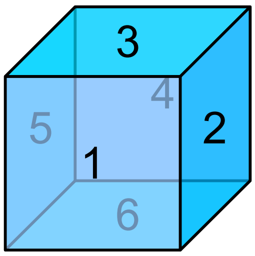
1 Les patrons

- Un **solide** est souvent constitué de **faces planes**, qu'il est possible de représenter sur une feuille de papier.
- Un **patron** est le dessin de ses faces, qui permet par pliage de reconstruire ce solide.

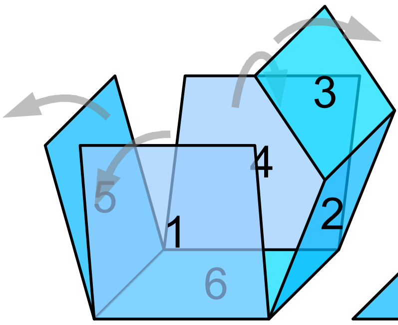
ATTENTION : Certains solides ne peuvent pas être représentés par un patron (ex : sphère).

2 Le patron du cube

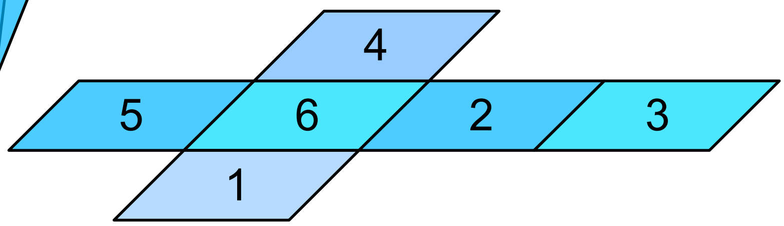
- Un cube est constitué de **6 faces carrées identiques**.
- Pour construire son patron, il faut « déplier » le cube pour représenter les 6 carrés à plat.



On numérote les faces.

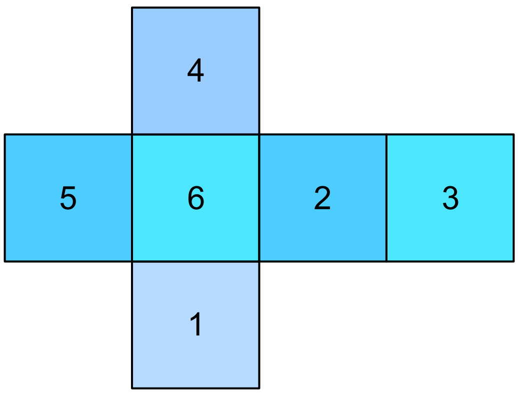


On ouvre le cube.

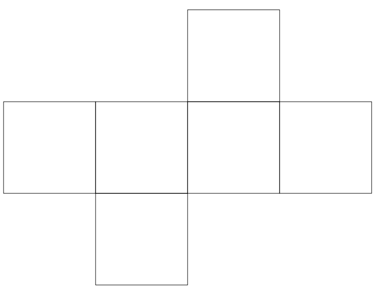


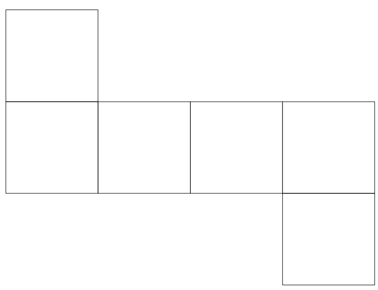
On le déplie complètement.

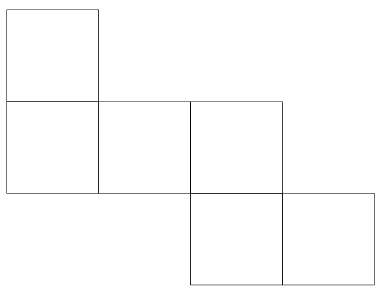
- Voici le patron obtenu :



ATTENTION : D'autres patrons sont possibles. Les patrons suivants par exemple :



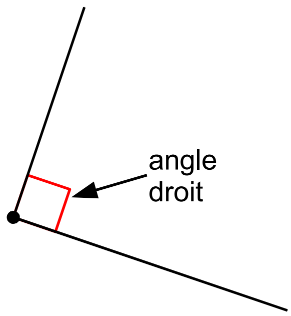


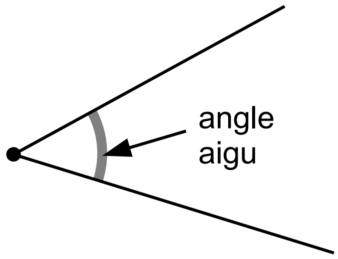


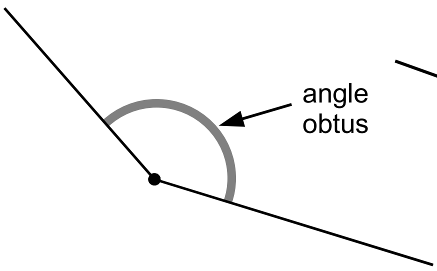
GM.13 LES ANGLES

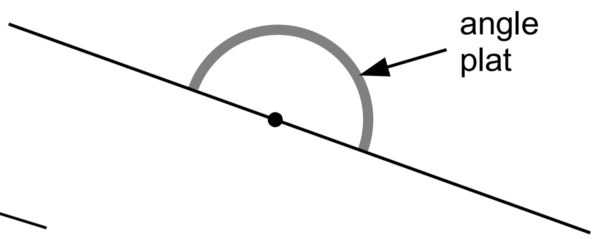
1 Définitions

- Un **angle** est une mesure de l'**ouverture** entre deux demi-droites de même extrémité (les **côtés** de l'angle).
- On mesure l'ouverture d'un angle en **degrés** (°).
- Un angle **droit** mesure **90°**.
- Un angle **aigu** mesure **moins de** 90°.
- Un angle **obtus** mesure plus **de** 90°.
- Un angle **plat** mesure **180°**.







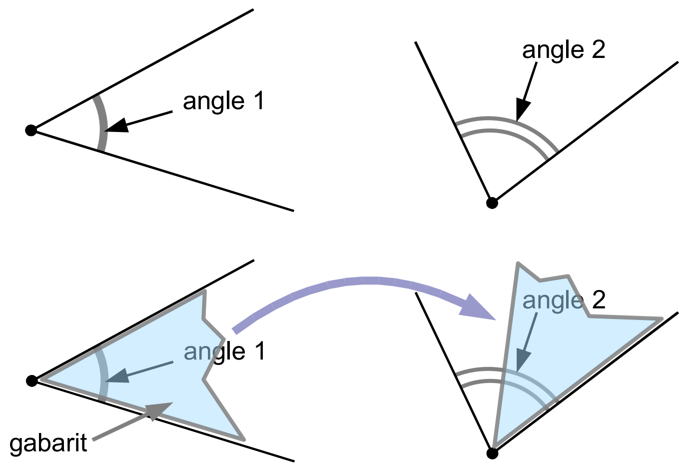


2 Comparer des angles

Pour comparer deux angles :

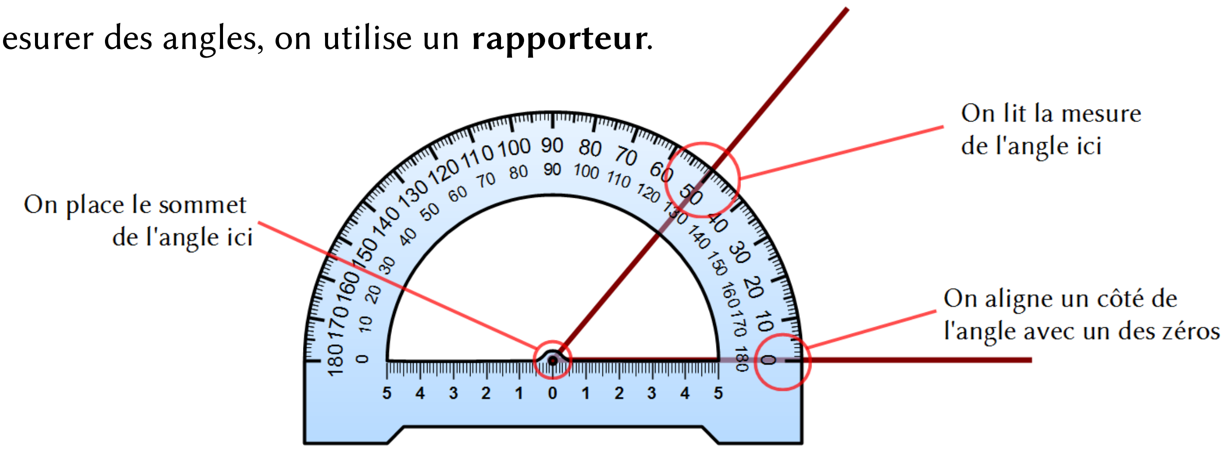
- Par pliage ou découpage, on construit un **gabarit**, qui a la même ouverture que l'angle 1.
- On pose le gabarit sur l'angle 2.
- On voit si l'angle 2 est **plus petit**, **plus grand** ou **égal à** l'angle 1.

Pour savoir si un angle est droit, on utilise un gabarit particulier : **l'équerre**.



3 Mesurer des angles

Pour mesurer des angles, on utilise un **rapporteur**.

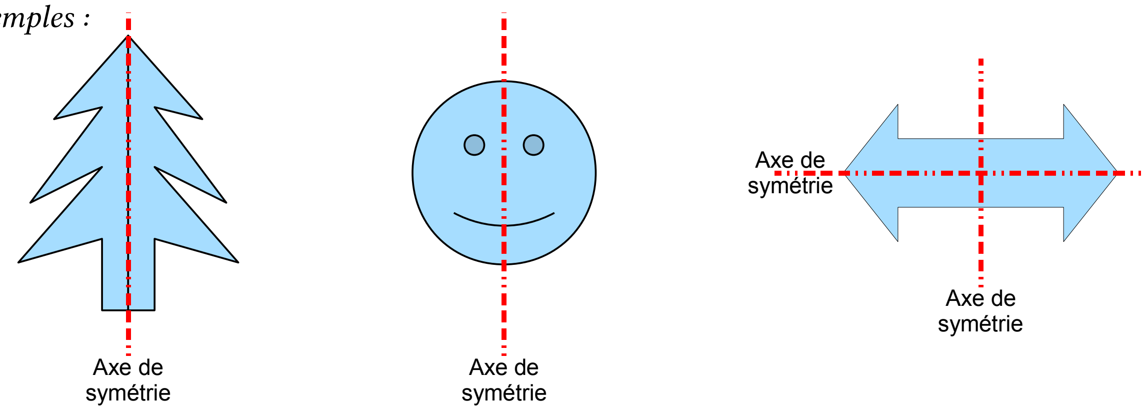


GM.14 LA SYMÉTRIE

1 Figures symétriques

- Quand une figure géométrique peut être pliée, le long d'une droite, **en deux parties superposables**, on dit que cette figure est **symétrique** par rapport à la droite.
- On appelle cette droite **axe de symétrie** de la figure.
- Une même figure peut avoir plusieurs axes de symétrie.

➢ *Exemples :*



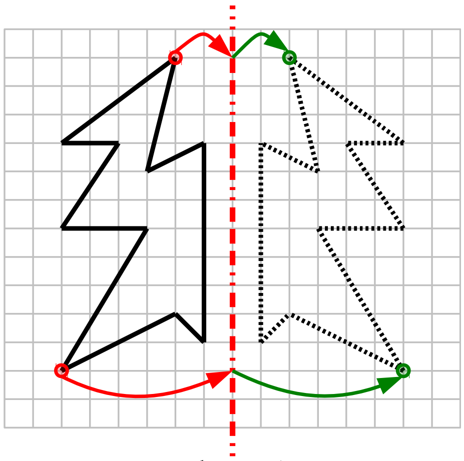
2 Symétrique d'une figure par rapport à une droite

Tracer le symétrique d'une figure par rapport à une droite, c'est **compléter la figure** pour que la droite devienne **axe de symétrie de l'ensemble**.

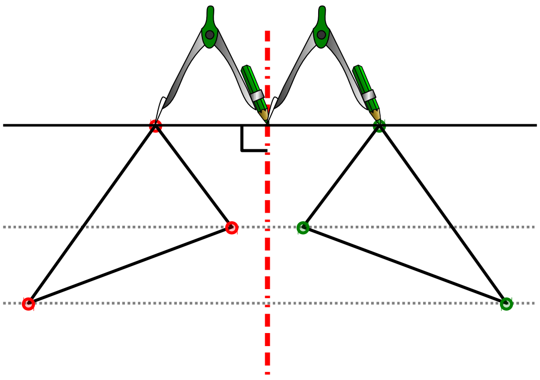
La figure symétrique est **l'image** de la figure de départ (comme dans un miroir).

- Sur un quadrillage :

  On peut construire l'image de chaque point en comptant les carreaux entre le point et l'axe de symétrie. L'image se trouve alors au même nombre de carreaux de l'autre côté de l'axe.



Axe de symétrie



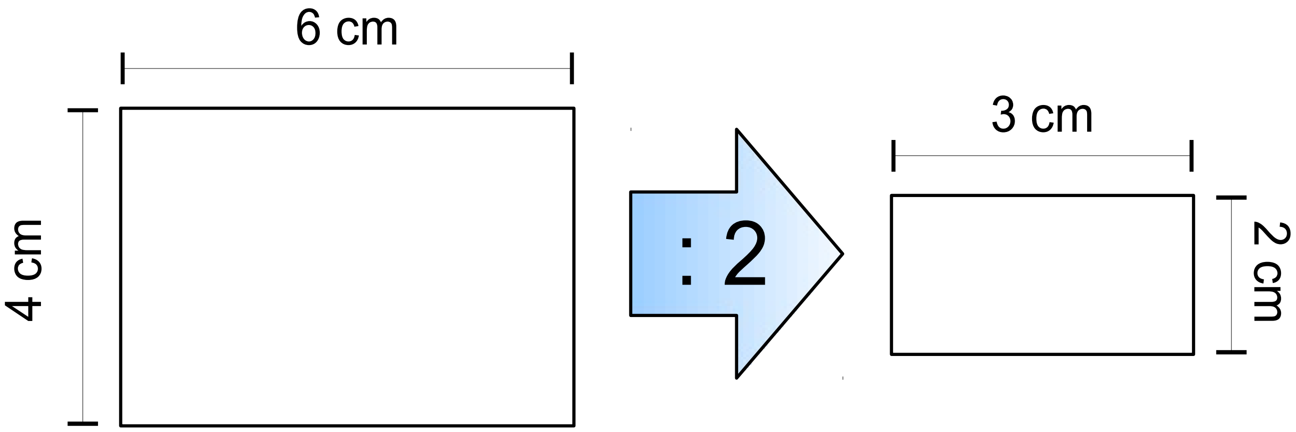
Axe de symétrie

- Sans quadrillage :

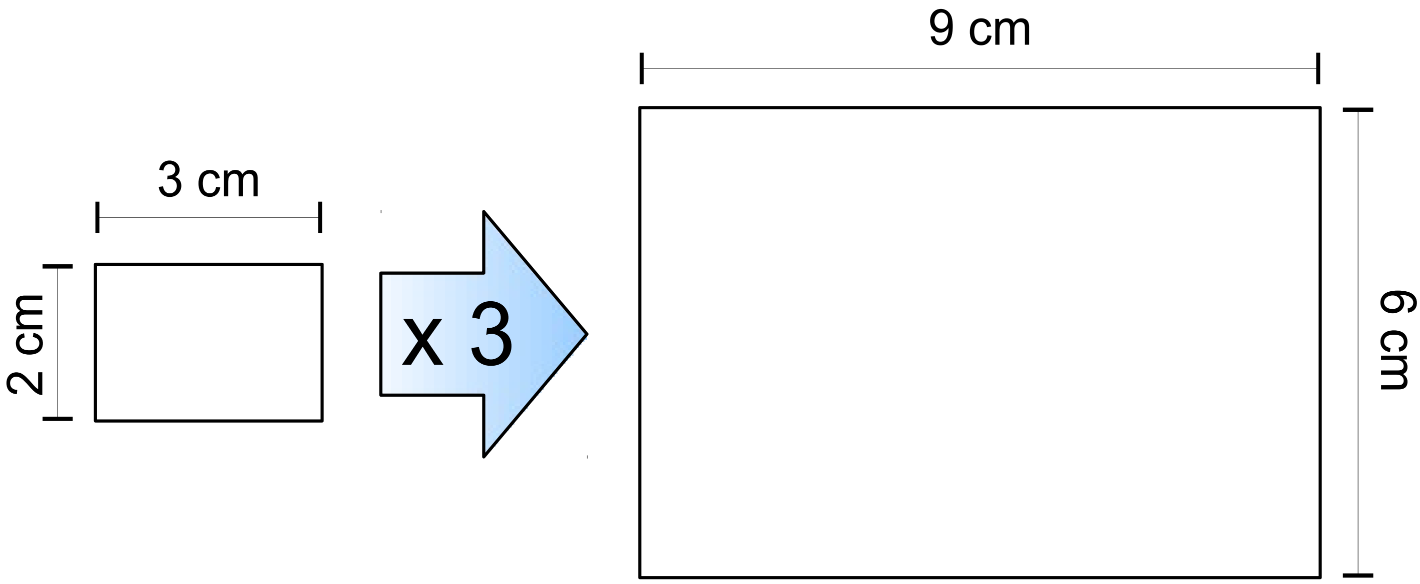
  Pour chaque point, il faut construire l'image en traçant la perpendiculaire à l'axe de symétrie passant par le point.
  Il faut ensuite mesurer la distance du point à l'axe, puis la reporter de l'axe à l'image (on peut aussi utiliser un compas).

1 Réduire / agrandir une figure

- **Réduire** une figure, c'est *diviser toutes ses longueurs par le même nombre.*

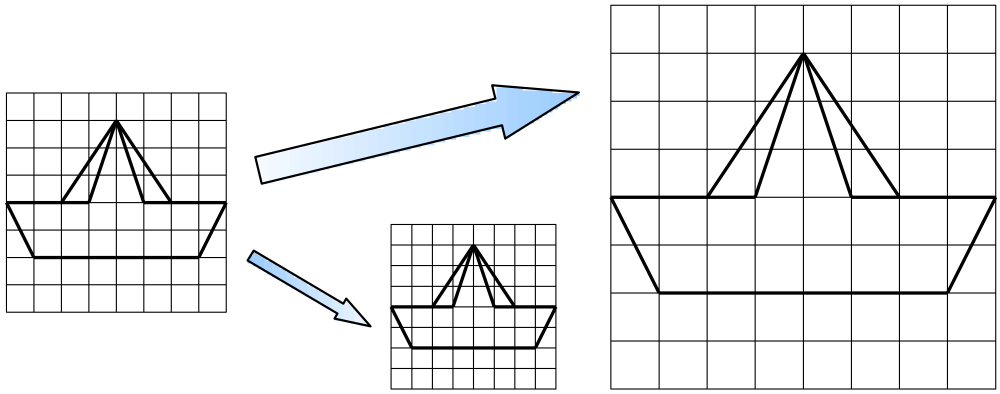


- **Agrandir** une figure, c'est *multiplier toutes ses longueurs par le même nombre.*



2 Utiliser un quadrillage

Pour réduire (ou agrandir) plus facilement une figure, on peut utiliser un quadrillage. Il suffit ensuite de reproduire la même figure dans un *quadrillage réduit* (ou *agrandi*).

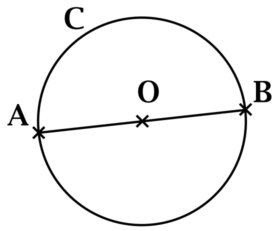


GM.16 PROGRAMMES DE CONSTRUCTION

1 Définition

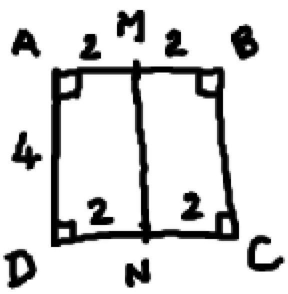
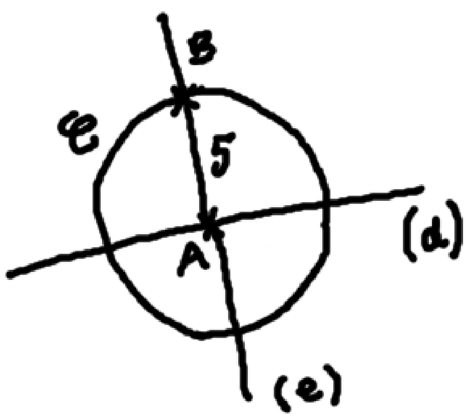
Un programme de construction est un texte qui donne des **instructions** pour **tracer** précisément une figure géométrique.

➢ *Tracer un cercle C de centre O. Tracer un diamètre [AB].*



2 Lire un programme de construction

- Un programme de construction est un **texte de géométrie** : il utilise le vocabulaire de géométrie. Il faut s'assurer de bien **comprendre tous les mots**.
- Il faut suivre les instructions **dans l'ordre** où elles sont écrites.
- Avant de tracer précisément, on doit **faire un croquis**. On essaie de suivre le programme, rapidement, à main levée. Cela permet de voir si on a **bien compris** toutes les étapes, et de savoir de **quels outils** on va avoir besoin.

programme	***brouillon***	***outils***
Placer 3 points P, Q, R distincts.* ** à des endroits différents*		➢ *crayon*
Tracer un carré ABCD de côté 4 cm. *Placer le point M, milieu de [AB].* *Placer le point N, milieu de [CD].* *Tracer le segment [MN].*		➢ *crayon* ➢ *règle graduée* ➢ *équerre*
Tracer une droite (d). *Placer un point A sur la droite (d).* *Tracer la droite (e), perpendiculaire à (d) et passant par A.* *Placer un point B sur la droite (e), tel que AB = 5 cm.* *Tracer le cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon AB.*		➢ *crayon* ➢ *règle graduée* ➢ *équerre* ➢ *compas*

MESURES

ME.01 LES MESURES DE LONGUEUR

1 Les unités de longueur

L'unité principale de mesure des longueurs est le **mètre**.

Tableau des mesures de longueur

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
kilomètre	*hectomètre*	*décamètre*	*mètre*	*décimètre*	*centimètre*	*millimètre*
1 km = 1 000 m	1 hm = 100 m	1 dam = 10 m		10 dm = 1 m	100 cm = 1 m	1 000 mm = 1 m

Les multiples et diviseurs du mètre commencent par un préfixe (kilo, hecto, déca...).

Chaque préfixe a une signification bien précise que l'on retrouve dans d'autres unités de mesure.

kilo- ➔ mille fois plus grand	milli- ➔ mille fois plus petit
hecto- ➔ cent fois plus grand	centi- ➔ cent fois plus petit
déca- ➔ dix fois plus grand	déci- ➔ dix fois plus petit

2 Convertir des longueurs

Pour convertir une mesure de longueur d'une unité dans une autre, on utilise le tableau de mesures.

- On place toujours le chiffre des unités dans la colonne de l'unité utilisée.
- On place un seul chiffre par colonne.

➢ *Exemple :*

*Plaçons **56 m** dans le tableau.*

*L'unité utilisée est le mètre ; je place la flèche dans la colonne **m**.*

6 est le chiffre des unités, je place donc 6 dans la colonne des mètres, puis le 5 à sa gauche.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		5	6			

Pour lire 56 m en centimètres :

*Je place la flèche dans la colonne **cm**.*

*Je **complète avec des zéros** les colonnes vides.*

Je lis le nombre obtenu. ➔ ***5 600 cm***

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		5	6	0	0	

On peut donc écrire : 56 m = 5600 cm.

Remarque : 56 m peut aussi s'écrire : 5 dam et 6 m ; 560 dm ; 56 000 mm ; etc.

ME.02 CALCULER UN PÉRIMÈTRE

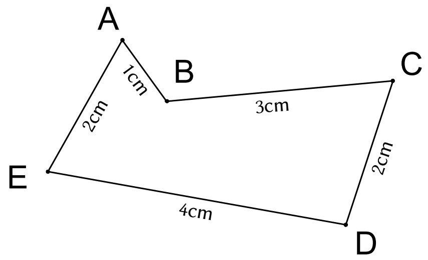
1 Calculer le périmètre d'une figure plane

Le **périmètre** d'une figure fermée, c'est la <u>longueur de son contour</u>. Pour un polygone, on ajoute la longueur de tous les côtés.

➢ *Exemple :*

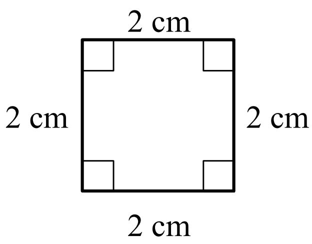
P = AB + BC + CD + DE + EA   *Attention ! ne pas oublier de fermer le polygone.*

P = 1 cm + 3 cm+ 2 cm + 4 cm + 2 cm = 12 cm



2 Formules de calcul

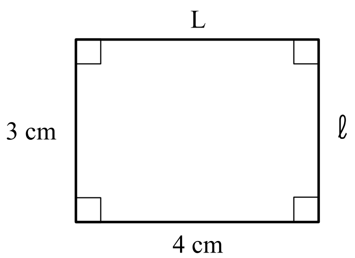
Pour un **polygone régulier**, on peut déterminer des formules de calcul.



- Périmètre d'un carré :

  P = 4 × 2 cm = 8 cm.

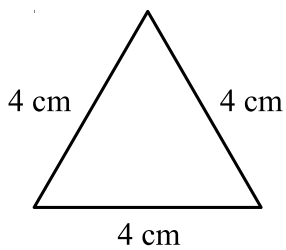
  $\boxed{P = 4 \times C}$ C est la longueur d'un côté.



- Périmètre d'un rectangle :

  P = 4 cm + 3 cm + 4 cm + 3 cm
  = (2 × 4 cm) + (2 × 3 cm)
  = 14 cm.

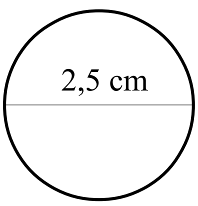
  $\boxed{P = (2 \times L) + (2 \times \ell)}$ L est la longueur, ℓ est la largeur.



- Périmètre d'un triangle équilatéral :

  P = 3 × 4 cm = 12 cm.

  $\boxed{P = 3 \times C}$ C est la longueur d'un côté.



- Périmètre d'un cercle :

  P = 2,5 cm x π ≈ 2,5 cm x 3,14 ≈ 7,85 cm.

  $\boxed{P = D \times \pi}$ D est la longueur du diamètre.

  π ≈ 3,14

ME.03 COMPARER DES LONGUEURS

Pour comparer des mesures de longueur, il est **indispensable** de lire correctement l'unité de mesure utilisée.

1 198 mm sont-ils plus grands ou plus petits que 25 dm ?

- On place toujours le chiffre de l'unité dans la colonne de l'unité utilisée.
- On place un seul chiffre par colonne.

  ➢ *Exemple :*

*Plaçons **198 mm** dans le tableau.*
8 est le chiffre des unités.
*L'unité utilisée est le **millimètre**.*

*Puis plaçons **25 dm** dans le tableau.*
5 est le chiffre des unités.
*L'unité utilisée est le **décimètre**.*

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
				1	9	**8**
			2	**5**	0	0

Pour comparer deux mesures
on doit utiliser
la même unité de mesure !

<u>Choisissons de tout lire en millimètres :</u>
Ajoutons deux zéros pour lire 25 dm en mm.
On obtient : 2 500 mm
Maintenant je peux comparer 2 500 mm avec 198 mm
2 500 > 198
donc 25 dm est plus grand que 198 mm.

2 3,5 km sont-ils plus grands ou plus petits que 75,8 dam ?

- On place toujours le chiffre de l'unité dans la colonne de l'unité utilisée.
- On place un seul chiffre par colonne.

  ➢ *Exemple :*

*Plaçons **3,5 km** dans le tableau.*
3 est le chiffre des unités.
*L'unité utilisée est le **kilomètre**.*

*Puis plaçons 75,8 **dam** dans le tableau.*
***5** est le chiffre des unités.*
*L'unité utilisée est le **décamètre**.*

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
3	5	0	0			
	7	**5**	8			

Pour comparer deux mesures
on doit utiliser
la même unité de mesure !

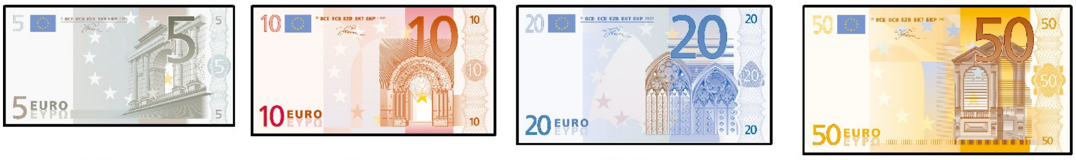
<u>Choisissons de tout lire en mètres :</u>
Ajoutons deux zéros pour lire 3,5 km en m.
On obtient : 3 500 m
Maintenant je peux comparer 3 500 m avec 758 m
3 500 > 758
donc 3,5 km est plus grand que 75,8 dam.

ME.04 LA MONNAIE

1 PAYER AVEC DES EUROS

Voici les pièces et billets que nous utilisons pour payer :

1 cent | 2 cents | 5 cents | 10 cents | 20 cents | 50 cents | 1 euro | 2 euros



5 euros | 10 euros | 20 euros | 50 euros

100 euros | 200 euros | 500 euros

Pour payer, on peut constituer une somme d'argent de nombreuses manières.

- *Pour constituer 25 €, on peut utiliser :*
  - *1 billet de 20 €, 1 billet de 5 €*
  - *5 billets de 5 €*
  - *2 billets de 10 € et 1 billet de 5 €*
  - *25 pièces de 1 €, etc.*

2 RENDRE LA MONNAIE

... c'est calculer la **différence** entre l'argent donné et la somme à payer.

- *Un objet coute 35,75 €. Je paie avec un billet de 50 €. On doit me rendre :*

35,75 € $\xrightarrow{5\text{ c}}$ 35,80 € $\xrightarrow{20\text{ c}}$ 36,00 € $\xrightarrow{4\text{ €}}$ 40,00 € $\xrightarrow{10\text{ €}}$ **50,00 €**

On a rendu : 10 € + 4 € + 20 c + 5 c = **14,25 €**

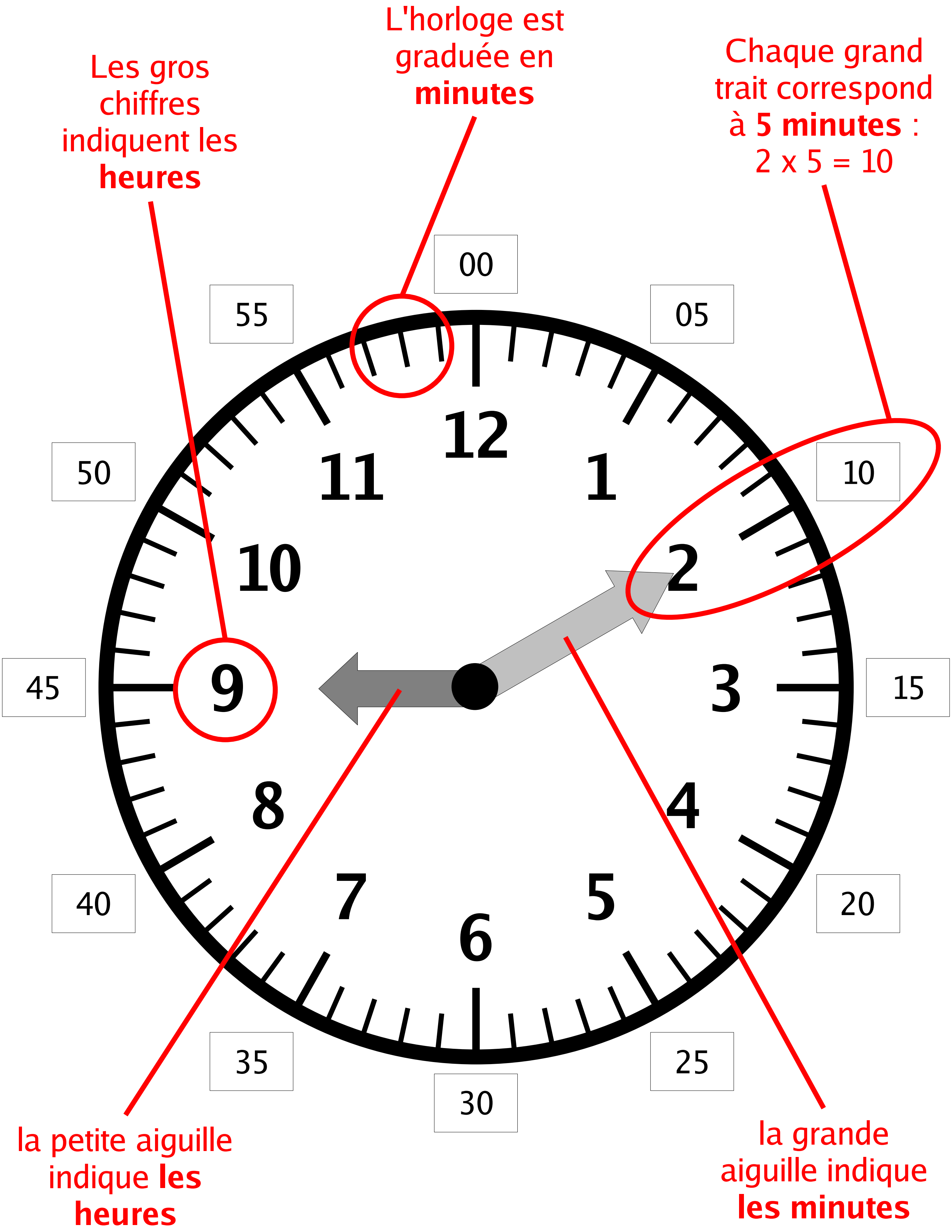
Je vérifie : 14,25 + 35,75 = 50.

3 FAIRE L'APPOINT

J'achète un objet qui coute 15,25 €. Je paie avec un billet de 20 €.

- Normalement, on me rend : 20 − 15,25 = 4,75 €. Ça fait beaucoup de monnaie.
- Je peux *faire l'appoint* : je **donne les centimes du prix** en plus des 20 €. L'objet coute 15,25 €, soit 25 centimes. Je donne donc 20,**25** €.

  On me rend : 20,25 − 15,25 = 5 €. Ça fait un seul billet !
- Quand je fais l'appoint, **je ne paie pas plus cher** : je donne plus d'argent, mais on m'en rend plus !



Il est 9 heures et 10 minutes.

ME.06	LIRE L'HEURE

1 AVEC DES CHIFFRES

Pour lire l'heure, il faut connaitre les unités :

- les **heures** (h)
- les **minutes** (min)

Sur une montre digitale	**07:15**	**15:35**	**22:05**
On dit : « il est… »	*7 h 15 min*	*15 h 35 min*	*22 h 05 min*

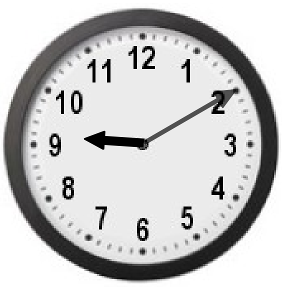
2 AVEC DES AIGUILLES (VOIR ME.05)

La **petite aiguille** indique les **heures**, la ***grande aiguille*** indique les ***minutes***.

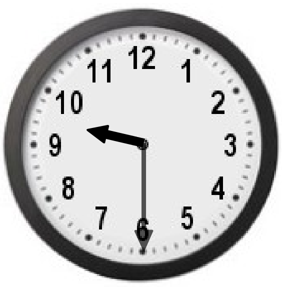
- Les chiffres du cadran indiquent les **heures**.
- Pour connaitre le nombre des minutes, il faut *multiplier le chiffre indiqué par 5.*
  - *grande aiguille sur le 3 ➔ 15 minutes (3 x 5 = 15)*
  - *grande aiguille sur le 7 ➔ 35 minutes (7 x 5 = 35)*
- Pour lire les aiguilles sur une pendule, il faut faire attention à leur taille !
- Il faut faire aussi très attention à la position de l'aiguille des heures. En effet, celle-ci avance très lentement, mais elle avance !

Quand il est 9 h 10 min, la petite aiguille n'est plus sur le 9.

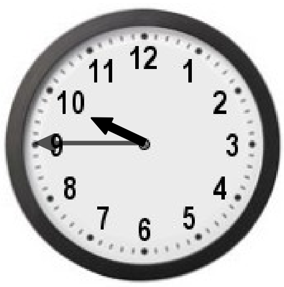
Elle a légèrement avancé.



Quand il est 9 h 30 min, la petite aiguille est à mi-chemin entre 9 et 10.



Quand il est 9 h 45 min (ou 10 h moins le quart), la petite aiguille est proche du 10 !



3 POUR PASSER DE L'HEURE DU MATIN À L'HEURE DU SOIR

… il suffit d'ajouter 12 heures.

- *3 h 10 min (l'après-midi)* ➔ *je calcule 3 + 12 = 15, on dit donc 15 h 10*
- *8 h 30 min (le soir)* ➔ *je calcule 8 + 12 = 20, on dit donc 20 h 30*
- *10 h 45 min (le soir)* ➔ *je calcule 10 + 12 = 22, on dit donc 22 h 45.*

ME.07 LES MESURES DE MASSE

1 Les unités de masse

L'unité principale de mesure de masse est le **gramme**.

Tableau des mesures de masse

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
kilogramme	*hectogramme*	*décagramme*	*gramme*	*décigramme*	*centigramme*	*milligramme*
1 kg = 1 000 g	1 hg = 100 g	1 dag = 10 g		10 dg = 1 g	100 cg = 1 g	1 000 mg = 1 g

On retrouve les mêmes préfixes que dans les unités de longueur :

kilo- ➔ mille fois plus grand	milli- ➔ mille fois plus petit
hecto- ➔ cent fois plus grand	centi- ➔ cent fois plus petit
déca- ➔ dix fois plus grand	déci- ➔ dix fois plus petit

2 Comment effectuer des conversions ?

- On place toujours le chiffre des unités dans la colonne de l'unité utilisée.
- On place un seul chiffre par colonne.

➢ *Convertir 5 620 mg en grammes.*

*Plaçons **5 620 mg** dans le tableau.*
0 est le chiffre des unités.
L'unité utilisée est le milligramme.
*Je place donc 0 dans la colonne des **milligrammes**.*

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
			5	**6**	**2**	**0**

Pour lire 5 620 mg en grammes :
Je lis le nombre formé jusqu'à la colonne "gramme".
*Je lis le nombre obtenu. ➔ **5 grammes***
*__Je dois lire__ : **5 grammes et 620 milligrammes**.*

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
			5	6	2	0

On peut donc écrire : 5 620 mg = 5 g 620 mg.

3 Avec une virgule...

Quand le nombre possède une **virgule**, c'est elle qui indique l'**unité utilisée** !

➢ *Pour la mesure précédente : **5 g 620 mg***

On écrit : ***5,620 g***

On lit : ***5 grammes 620*** *ou* ***5 virgule 620 grammes***

LES PESÉES

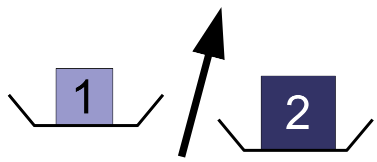
1 Les instruments de mesure de masse

Pour **mesurer la masse** (on dit souvent « peser ») d'un objet, on peut utiliser deux types d'instruments :

- Les instruments à *lecture directe* : *le pèse-personne, le pèse-lettre, la balance automatique...* Ils indiquent directement la masse de l'objet (affichage, aiguille).
- Les instruments à *comparaison* : *la balance Roberval, la balance à trébuchet, le pèse-bébé...* Ils n'indiquent pas directement la masse, mais comparent deux masses.

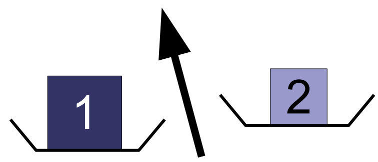
2 Les balances qui comparent

Elles comportent 2 **plateaux**. On place un objet sur chaque plateau et la balance indique lequel est *le plus lourd* :



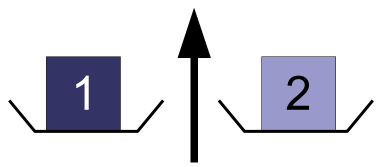
l'aiguille penche à droite :

L'objet 2 est plus lourd que l'objet 1



l'aiguille penche à gauche :

L'objet 1 est plus lourd que l'objet 2

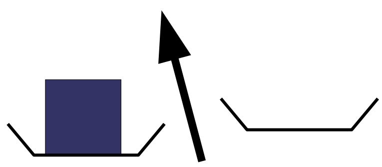


l'aiguille est verticale :

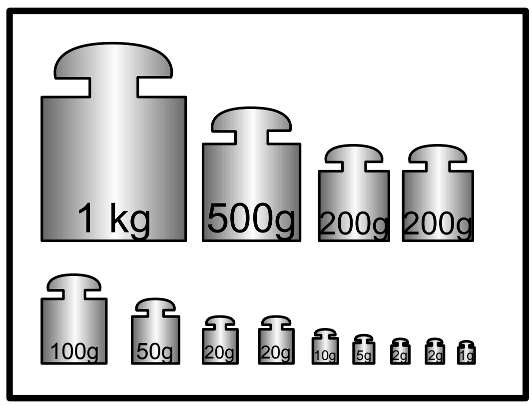
L'objet 1 et l'objet 2 ont la même masse

Pour connaitre la masse d'un objet avec cette balance, il faut la comparer avec des masses marquées.

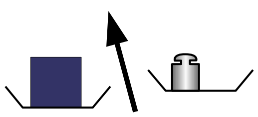
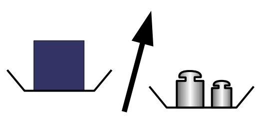
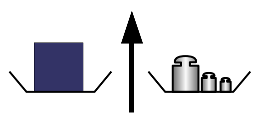
- *On place l'objet à peser dans un plateau de la balance.*



On place une par une les masses marquées dans l'autre plateau, en commençant par la plus lourde.
Si une masse est trop lourde, on l'enlève et on essaie la suivante.
On a terminé quand l'aiguille est verticale.



Boite de masses marquées

		
La première masse n'est pas assez lourde : on la garde.	*La deuxième masse est trop lourde : on la retire.*	*Équilibre : la somme des masses marquées est égale à la masse de l'objet.*

ME.09 LES MESURES DE DURÉE

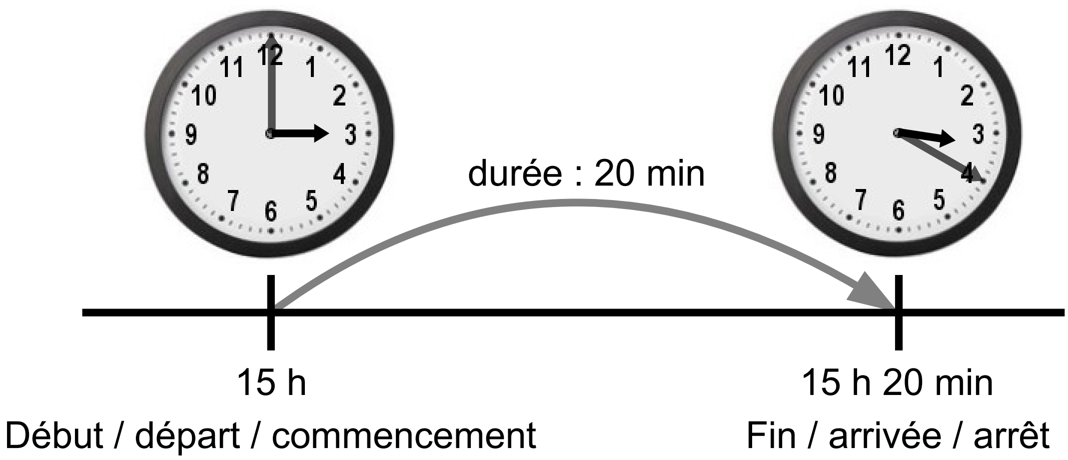
1 Les unités de durée

Pour mesurer des durées, on utilise les unités suivantes :

Unité	année	jour	heure	minute	seconde
Abréviation	a	j	h	min	s
Équivalences	1 a 365,25 j 8 766 h 525 960 min 31 557 600 s	1 j 24 h 1 440 min 86 400 s	1 h 60 min 3 600 s	1 min 60 s	1 s

2 Distinguer instant et durée

- Une **montre** ou une **horloge** indiquent l'heure du moment, on dit *l'instant*.
- Un **chronomètre** indique la *durée* d'une course, d'un spectacle, d'un évènement...
- On peut aussi **calculer une durée** : c'est la *différence* entre 2 instants, le début et la fin de l'évènement.



3 Convertir des mesures de durée

Il faut utiliser la règle : 1 h = 60 min.

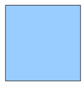
- **Écrire en heures et minutes**
  - *185 min = (**3 x 60** min) + 5 min = **3** h 5 min*
- **Écrire en minutes**
  - *2 h 25 min = (2 **x 60** min) + 25 min = **120** min + 25 min = 145 min.*

ME.10 LES MESURES D'AIRE

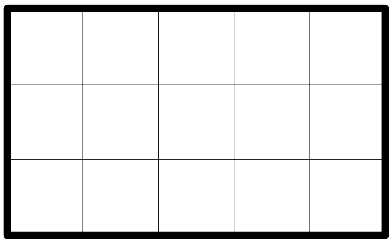
1 Mesurer une aire

Mesurer **l'aire** (l'étendue) d'une surface plane, c'est savoir combien il faut de surfaces-unités pour la recouvrir complètement.

➢ *Exemple :*



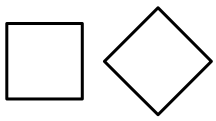
1 carreau-unité



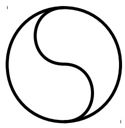
L'aire du rectangle est de 15 carreaux-unités.

2 Trouver des surfaces de même aire

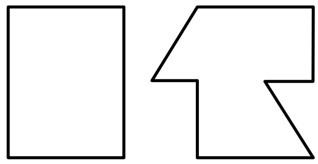
Si deux surfaces se *superposent exactement*, elles ont la même aire.



Ces deux carrés ont la même aire.



Les deux parties du disque ont la même aire.



Ces deux figures de forme différente ont la même aire, mais ne se superposent pas.

3 Les unités d'aire

L'unité principale de mesure d'aire est le **mètre carré**. Il s'agit d'un carré-unité de 1 m de côté. Il s'écrit **m²**.

Tableau des mesures d'aire

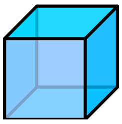
km²	*kilomètre carré*	1 km² = 1 000 000 m²
hm²	*hectomètre carré*	1 hm² = 10 000 m²
dam²	*décamètre carré*	1 dam² = 100 m²
m²	*mètre carré*	
dm²	*décimètre carré*	100 dm² = 1 m²
cm²	*centimètre carré*	10 000 cm² = 1 m²
mm²	*millimètre carré*	1 000 000 mm² = 1 m²

Attention : les rapports entre les unités sont différents des autres mesures (longueur, masse). Chaque unité est 100 fois plus grande que l'unité inférieure.

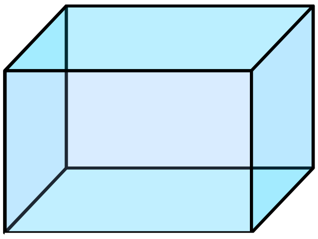
ME.11 LES MESURES DE VOLUME

1 Mesurer un volume

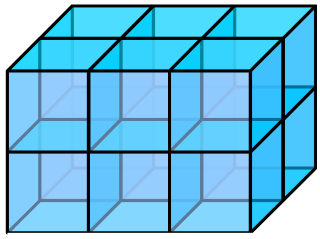
Mesurer le **volume** d'un objet, c'est mesurer la place qu'il occupe dans l'*espace*.
Comme pour les aires, on veut savoir combien il faut de volumes-unités pour le remplir complètement.



cube-unité



volume à remplir



volume rempli :
12 cubes-unités

2 Les unités de capacité

Les unités de capacité sont utilisées pour les quantités de **liquides** (verre, bouteille, ...).

On mesure la capacité en **litres**. Un litre est la capacité d'un cube-unité de 10 cm de côté.

Tableau des mesures de capacité

kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
kilolitre	*hectolitre*	*décalitre*	*litre*	*décilitre*	*centilitre*	*millilitre*
1 kL = 1 000 L	1 hL = 100 L	1 daL = 10 L		10 dL = 1 L	100 cL = 1 L	1 000 mL = 1 L

peu utilisé (kL) *peu utilisé* (daL)

3 Les unités de volume

Les unités de volume sont utilisées pour les **solides**.

L'unité principale de mesure de volume est le **mètre cube**. Il s'agit d'un cube-unité de 1 m de côté. Il s'écrit **m³**.

On peut convertir les capacités en volumes, car **1 L = 1 dm³**.

Tableau des mesures de volume

m^3	dm^3	cm^3	mm^3
mètre cube	*décimètre cube*	*centimètre cube*	*millimètre cube*
C'est le volume d'un cube de 1 m de côté	$1000\ dm^3 = 1\ m^3$ **$1\ dm^3 = 1\ L$**	$1\ 000\ cm^3 = 1\ dm^3$ $1\ 000\ 000\ cm^3 = 1\ m^3$	$1\ 000\ cm^3 = 1\ dm^3$ $1\ 000\ 000\ 000\ mm^3 = 1\ m^3$

Attention : les rapports entre les unités sont différents des autres mesures (longueur, masse).
Chaque unité est 1000 fois plus grande que l'unité inférieure.

ME.12 CALCULS AVEC DES DURÉES

On ne peut pas calculer avec les durées comme avec les autres nombres, car les unités de durée ne sont pas *décimales*.

1 Ajouter des durées

On peut ajouter les <u>minutes entre elles</u> et les <u>heures entre elles</u>. Pour transformer les minutes en heures, on utilise la règle 1 h = 60 min (voir ME.07).

➢ *Ajouter 5 h 12 min et 2 h 19 min.*

	heures	**minutes**
	5	12
+	2	19
durée	**7**	**31**

5 h 12 + 2 h 19 = 7 h 31 min.

➢ *Ajouter 3 h 45 min et 1 h 52 min.*

	heures	**minutes**
	3	45
+	1	52
total	4	**97** On n'écrit pas 4 h 97 min. Il faut convertir des minutes en heures.
conversion	4 **+ 1**	**60** + 37 **60 min = 1 h**
durée	**5**	**37**

3 h 45 + 1 h 52 = 5 h 37 min.

2 Calculer la durée entre deux instants

Pour calculer la durée écoulée entre deux instants, il faut soustraire les horaires de fin et de début. On fait attention avec les « retenues ».

➢

	heures	**minutes**
	11	*20*
–	*9*	*15*
durée	***2***	***05***

11 h 20 – 9 h 15 = 2 h 05 min.

➢ *durée entre 9 h 30 à 11 h 10 ?*

	heures	**minutes**
	11	***60*** **+** *10*
–	*9* ***+1***	*30*
	11	***70***
–	***10***	*30*
durée	***1***	***40***

11 h 10 – 9 h 30 = 1 h 40 min.

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES

DO.01	LIRE UN PROBLÈME

1 Qu'est-ce qu'un problème ?

Un **problème** se compose toujours de deux éléments :

- un **énoncé**, qui présente une *situation*, ainsi qu'une série d'*informations*, sous forme de texte, de tableaux, de dessins, de graphiques, etc.
- une ou plusieurs **questions**.

***Résoudre le problème**, c'est répondre à la question à l'aide de l'énoncé.*

2 Lire l'énoncé

Lire correctement l'énoncé d'un problème, c'est **comprendre** la situation exposée, tout en **relevant les informations** qui vont être utiles. **Toutes** les informations (texte, tableaux, dessins, graphiques, etc.) font partie de la lecture.

Si on a bien lu l'énoncé, on peut :

- **raconter** la situation avec ses propres mots
- être capable de **représenter** la situation par un **schéma**
- **faire la liste** de toutes les informations, chiffrées ou non, données dans le problème
- **trier** les informations utiles ou non.

Attention : Certaines informations *ne servent à rien*, d'autres *ne sont pas écrites* parce qu'on est sensé les connaitre.

3 La question

Il est très important de comprendre *parfaitement* la question :

- elle peut donner des **informations supplémentaires** très importantes
- elle peut utiliser des **mots de vocabulaire** très précis (à vérifier dans le dictionnaire si besoin)
- elle va servir de **base à la rédaction** de la réponse.

4 Avant de chercher la réponse

... il faut être sûr d'avoir bien lu le problème.

C'est pourquoi **une seule lecture ne peut pas suffire** !

Un problème se lit **de nombreuses fois**.

DO.02 RÉSOUDRE UN PROBLÈME

1 Rappel

Un **problème** se compose toujours de deux éléments :

- un **énoncé**.
- une ou plusieurs **questions**.

***Résoudre le problème**, c'est répondre à la question à l'aide de l'énoncé.*

2 La stratégie

Si j'ai bien **lu** et **compris** le problème, je cherche **comment** répondre à la question :

- Le **début** : de quelle situation je démarre.
- La **fin** : à quelle situation je dois arriver.
- La **démarche** : le chemin que je choisis pour atteindre la solution. C'est là qu'il faut faire des calculs, des tris, etc.

Je dois pouvoir **raconter ma stratégie** : *« Je vais faire ça, et puis ça, ... pour trouver ça. »*

3 Le traitement

Traiter des informations, ce peut être :

effectuer un calcul	**choisir** une information dans une liste, un tableau
ranger des informations (mettre dans l'ordre)	**classer** des informations (faire des groupes)

- Si j'ai une stratégie claire
- Si je sais quelles informations je vais utiliser
- Si je sais faire les opérations que j'ai prévues
- Si j'ai bien appris la ou les leçons nécessaires

Alors je peux commencer le traitement.

4 La vérification

Quand on a terminé tous les traitements qu'on avait prévus, on trouve une solution du problème. Il reste à vérifier son travail :

- Est-ce que j'ai bien relevé les bonnes informations ?
- Est-ce que les nombres sont justes ?
- Est-ce que les calculs sont justes ?
- Est-ce que j'ai fait tout ce que j'avais prévu ?
- Est-ce que le résultat que je trouve est possible ?

Quand je suis sûr de mon résultat, je peux rédiger une réponse (voir DO.03).

DO.03 RÉDIGER LA SOLUTION D'UN PROBLÈME

1 Rappel

Un **problème** se compose toujours de deux éléments :

- un **énoncé**.
- une ou plusieurs **questions**.

***Résoudre le problème**, c'est répondre à la question à l'aide de l'énoncé.*

2 Les éléments de la réponse

- La réponse d'un problème est **toujours une phrase**.
- La phrase réponse doit **reprendre les termes** de la question.
- Le couple question-réponse doit ressembler à un **dialogue**.
- La réponse doit répondre à la question !

  - *Exemples :*

Questions	***Réponses***
Combien de <u>bonbons</u> <u>lui</u> <u>reste</u>-t-<u>il</u> ?	*<u>Il</u> <u>lui</u> <u>reste</u> 9 <u>bonbons</u>.*
<u>A</u> quelle <u>heure</u> <u>arrive</u>-t-<u>elle</u> ?	*<u>Elle</u> <u>arrive</u> <u>à</u> 7 <u>heures</u>.*
Quelle somme <u>Arthur</u> <u>doit</u>-il <u>payer</u> ?	*<u>Arthur</u> <u>doit</u> <u>payer</u> 18 euros.*
Pourquoi <u>Irène</u> <u>est</u>-elle <u>la</u> <u>première</u> ?	*<u>Irène</u> <u>est</u> <u>la</u> <u>première</u> car elle a plus de points.*
<u>Sylvain</u> <u>peut</u>-il <u>acheter</u> <u>ce</u> <u>jouet</u> ?	***Non**, <u>Sylvain</u> ne <u>peut</u> pas <u>acheter</u> <u>ce</u> <u>jouet</u>.*

Plus précisément, le sujet et le verbe de la question sont toujours repris. Les compléments (CO, CC), qui contiennent souvent la réponse, sont repris partiellement. Les maths, c'est aussi de la grammaire !

3 Nombres et unités

Quand la question demande de trouver un **nombre**, il faut toujours **vérifier** que ce nombre est dans la **bonne unité**. La question donne toujours des informations sur la grandeur attendue.

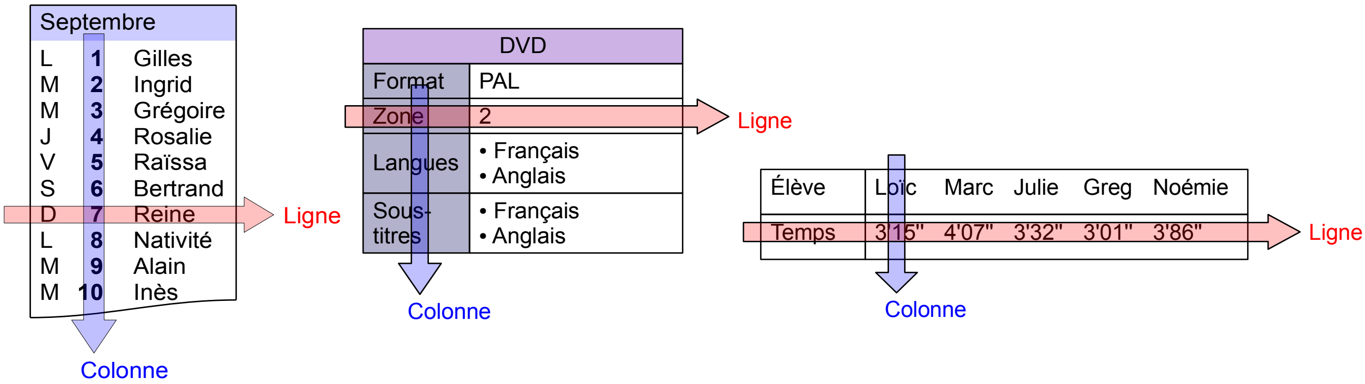
Question	***Grandeur attendue***	***Unités possibles***
Combien <u>mesure</u>... ?	*longueur*	*mètres, centimètres, ...*
Combien de <u>temps</u>... ?	*durée*	*heures, minutes, ...*
Quelle est la <u>contenance</u>... ?	*capacité*	*litres, centilitres, ...*
Combien <u>pèse</u>... ?	*masse*	*kilogramme, gramme, ...*
Combien <u>de bonbons</u>... ?	*nombre d'objets*	*sans unité !*

DO.04 LIRE UN TABLEAU

1 Un tableau...

... c'est une grille composée de **lignes** et de **colonnes**.

➢ *Exemples :*



Un tableau permet de présenter **clairement** un **grand nombre d'informations**.

2 Contenu d'un tableau

On trouve dans la **même ligne** (ou la même colonne) des informations de **même nature**.

➢ *Dans ce tableau, la première ligne contient des prénoms, la deuxième ligne contient des durées.*

Élève	Loïc	Marc	Julie	Greg	Noémie
Temps	3'15"	4'07"	3'32"	3'01"	3'86"

Souvent, on donne un **titre** à la ligne (ou à la colonne).

➢ *Dans ce tableau, la première ligne a pour titre « Élève », la deuxième ligne s'appelle « Temps ».*

Élève	Loïc	Marc	Julie	Greg	Noémie
Temps	3'15"	4'07"	3'32"	3'01"	3'86"

3 Lire une information dans un tableau

Pour chercher une information, il nous faut **une ligne et une colonne.**

- ***En saut en longueur, quelle a été la performance de Hugo au 3e essai ?***

Saut en longueur

Élèves	1er essai	2e essai	3e essai
Justine	220 cm	210 cm	215 cm
Élodie	200 cm	205 cm	210 cm
Hugo	195 cm	212 cm	208 cm
Patrice	230 cm	225 cm	240 cm

On repère la case située à l'intersection de la ligne « Hugo » et de la colonne « 3e essai ».

➢ ***Hugo a sauté 208 cm.***

Pour chercher un titre, il nous faut **des cases et une colonne** (ou une ligne).

- ***En saut en longueur, qui a réalisé 210 cm à un de ses essais ?***

Saut en longueur

Élèves	1er essai	2e essai	3e essai
Justine	220 cm	210 cm	215 cm
Élodie	200 cm	205 cm	210 cm
Hugo	195 cm	212 cm	208 cm
Patrice	230 cm	225 cm	240 cm

On repère les cases qui contiennent «210 cm » et on lit le nom des élèves correspondants.

➢ ***Justine et Élodie ont sauté 210 cm.***

DO.05 CONSTRUIRE UN TABLEAU

1 Rappels

Un tableau est une grille composée de **lignes** et de **colonnes**, qui permet de présenter clairement un grand nombre d'informations.

Souvent, les lignes et les colonnes ont un **titre**.

2 Relever des informations

Pour pouvoir construire un tableau, il faut des informations :

- que l'on peut **grouper** sous un titre commun
- en **nombre équivalent** pour chaque groupe.

➢ *Exemples :*

On a mesuré la masse de différents animaux.

Une gerbille pèse 80 g. Un hamster pèse 110 g. Un lapin nain pèse 900 g. Un chat pèse 4 kg. Un chien pèse 15 kg.

➢ *Je peux ranger les informations en deux groupes : « nom de l'animal » et « poids ».*

➢ *Pour chaque animal, je connais son poids.*

➢ *Je peux construire un tableau.*

Masse de quelques animaux

Animal	*Masse*
gerbille	*80 g*
hamster	*110 g*
lapin nain	*900 g*
chat	*4 kg*
chien	*15 kg*

Olivier a relevé des informations sur ses copains.

Henri aime les glaces. Lucas mesure 1 m 35. Noé habite dans la rue de l'Église. Paul raconte des histoires drôles.

➢ *Je peux faire un groupe : « prénom du copain ».*

➢ ***Mais les informations sur chacun ne forment pas un groupe.***

➢ *Je ne peux pas construire un tableau.*

A l'anniversaire de Jules :

Jacques apporte un gâteau et vient à 14h. Benoit apporte un cerf-volant et vient à 14h30. Mathieu vient à 13h30.

➢ *Je peux faire trois groupes : « prénom », « objet apporté » et « heure d'arrivée ».*

➢ ***Mais il manque une information (on ne sait pas ce qu'apporte Mathieu).***

➢ *Je ne peux pas construire un tableau.*

3 Présentation d'un tableau

Quand on a repéré les différents groupes et leur contenu, **on peut présenter les groupes en colonnes ou en lignes**. On obtient 2 tableaux équivalents, mais de présentation différente.

➢ *En colonnes :*

Élèves	couleur préférée
Justine	jaune
Élodie	bleu
Hugo	rouge

En lignes :

Élèves	Justine	Élodie	Hugo
couleur préférée	jaune	bleu	rouge

DO.06	**LES GRAPHIQUES**

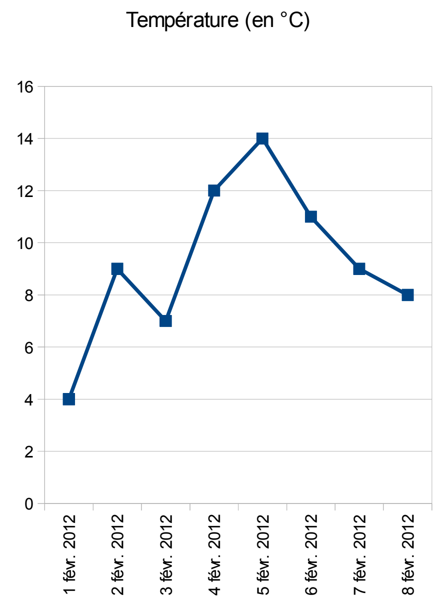
1 La représentation graphique

La représentation graphique est une manière de **présenter** des données sous forme de **dessin**.

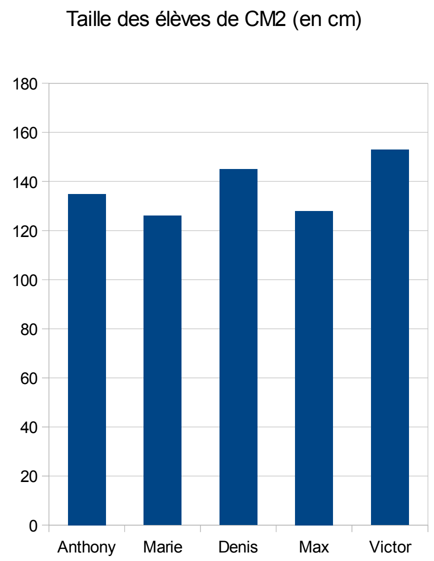
On a ainsi une représentation **visuelle** de l'ensemble des données.

Voici différentes représentations graphiques :

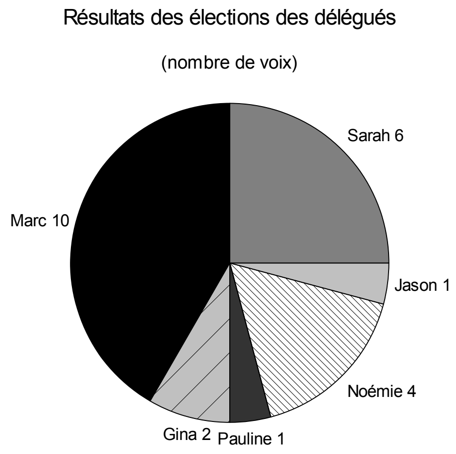
La courbe



Le diagramme à barres



Le diagramme circulaire

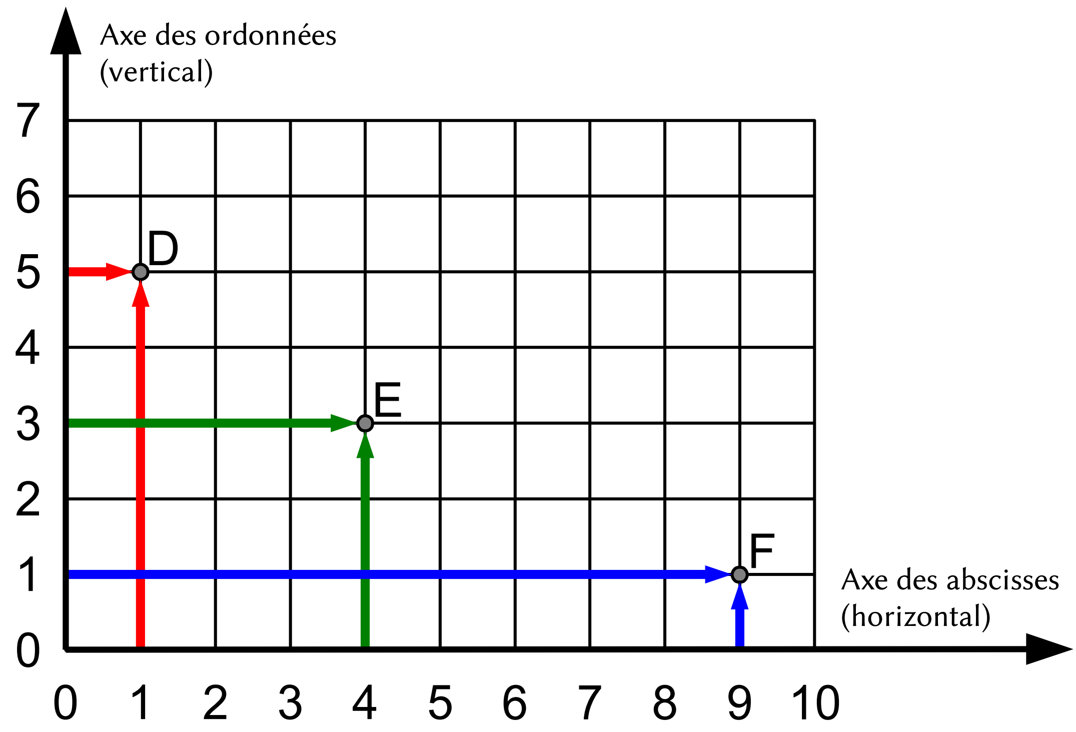


2 Le vocabulaire des graphiques

Dans un graphique, les points sont repérés par leurs **coordonnées**.

Pour indiquer les coordonnées, on commence par la valeur horizontale, puis la valeur verticale.

- *Le point D (1;5)*
- *Le point E (4;3)*
- *Le point F (9;1)*



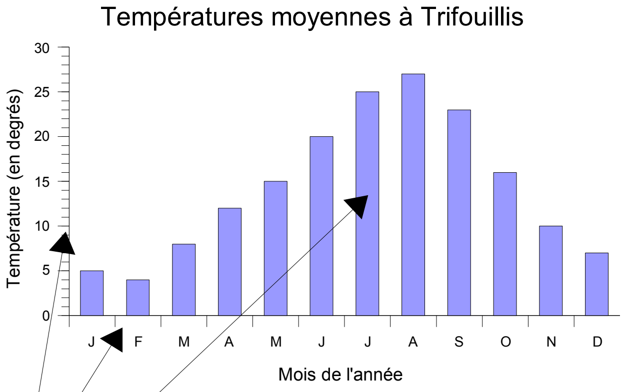
DO.07 LIRE UN GRAPHIQUE

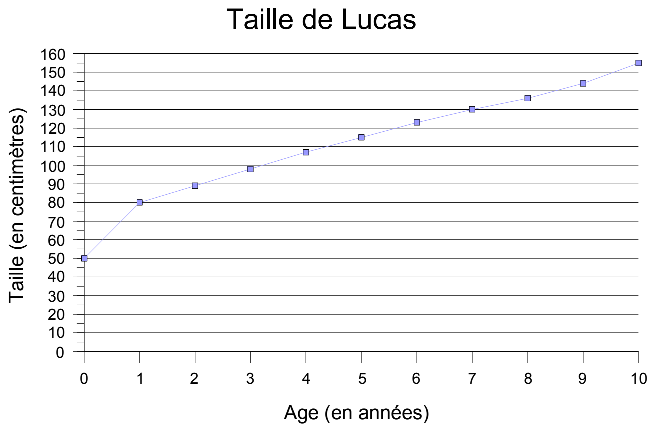
1 Les relations

Une relation, c'est le **lien** entre des données de départ (la **source**) et des données d'arrivée (le **but**).

On peut représenter une relation par un texte, un tableau, un calcul ou bien un *graphique*.

➢ *Exemples :*





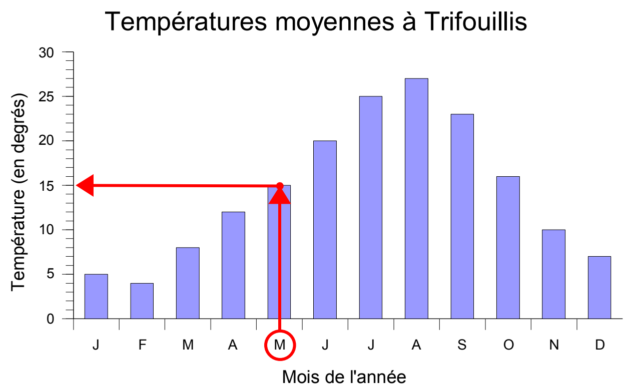
Source *: les mois de l'année*
But *: les températures moyennes*
Lien *: ce sont les températures moyennes relevées à Trifouillis pendant l'année 2006.*

Source *: l'âge de Lucas*
But *: la taille de Lucas*
Lien *: c'est la mesure de la taille de Lucas à son anniversaire, chaque année.*

2 Lire de la source vers le but

- **Quelle est la température moyenne au mois de mai ?**

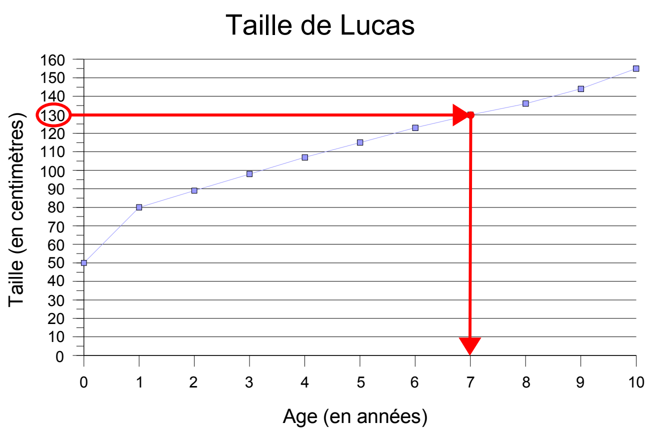
1. *On cherche le mois de mai sur l'axe* ***source****.*
2. *On part de « mai » et on trace une ligne verticale jusqu'en haut de la barre.*
3. *On trace une ligne horizontale jusqu'à l'axe* ***but****.*
4. *On lit la valeur but :* ***15 degrés****.*



3 Lire du but vers la source

- **A quel âge Lucas mesurait-il 130 cm ?**

1. *On cherche la valeur « 130 » sur l'axe* ***but****.*
2. *On part de 130 et on trace une ligne horizontale jusqu'à la courbe.*
3. *On trace une ligne verticale jusqu'à l'axe* ***source****.*
4. *On lit la valeur source :* ***7 ans****.*



DO.08 CONSTRUIRE UN GRAPHIQUE

1 Rappel (voir DO.07)

Une relation, c'est le **lien** entre des données de départ (la **source**) et des données d'arrivée (le **but**).

On peut représenter une relation par un *graphique*.

2 Matériel

- Pour tracer un graphique, on a besoin de **données** : la **source** et le **but**.
- Il est plus pratique de présenter ces données sous forme de **tableau** (voir DO.05).
- On trace un graphique au crayon.
- On peut utiliser du papier millimétré, c'est plus facile pour graduer les axes.

3 Les axes du graphique

Pour chaque axe, il faut :

- trouver la **plus grande valeur** dans les données
- choisir une **échelle** (quelle longueur pour chaque unité) pour que cette valeur maximale ne dépasse pas la taille du graphique. On **gradue** l'axe avec cette échelle.

➢ *Exemple :*

Source	Age en années	0	1	2	3	4	5	6	7
But	Taille en cm	50	80	90	105	110	115	120	125

*L'axe source doit aller jusqu'à **7 ans*** ➔ *je choisis **2 cm pour 1 an**. (total : 14 cm)*
*L'axe but doit aller jusqu'à **125 cm*** ➔ *je choisis **1 cm pour 10 cm**. (total : 12,5 cm)*

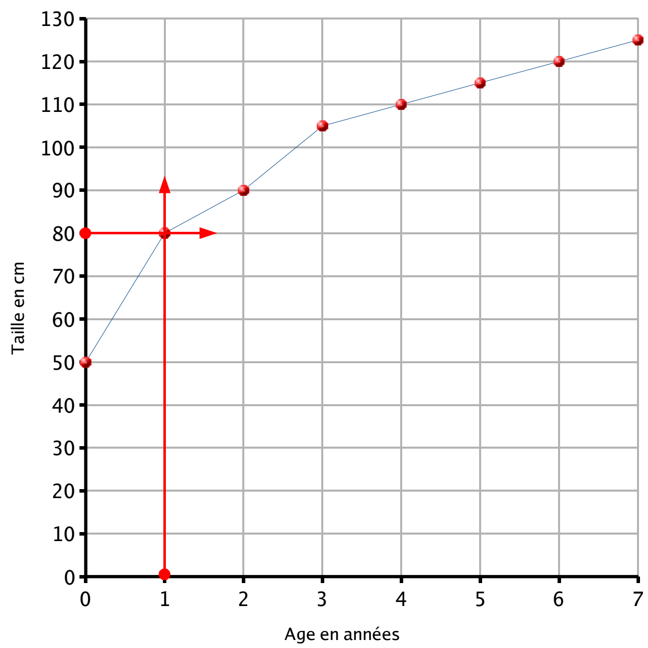
4 Tracer le graphique

Pour chaque valeur de la source :

- On repère cette valeur sur l'axe source. On trace une ligne verticale.
- On repère la valeur correspondante sur l'axe but. On trace une ligne horizontale.
- A l'intersection des deux lignes, on marque un point.

Quand on a placé tous les points, on peut les relier pour tracer une courbe.

➢ *Exemple : avec le tableau ci-dessus, on peut tracer le graphique suivant.* ➔



DO.09 LES FONCTIONS NUMÉRIQUES 1

1 Définition

On appelle **fonction numérique** une **relation** entre des nombres de la **source** et des nombres du **but**.

On représente souvent une fonction numérique par une **flèche**.

- *La fonction numérique (+ 5) :*

+ 5

Source	0	1	2	4	5	7
But	5	6	7	9	10	12

+ 5

2 Les fonctions « ajouter » et « retrancher »

La fonction « ajouter » fait passer de la source au but en **ajoutant toujours le même nombre**.

- *Ajouter 8 :*

Source	4	11	17	20	25	100
But	**12**	**19**	**25**	**28**	**33**	**108**

+ 8

La fonction « retrancher » fait passer de la source au but en **retranchant toujours le même nombre**.

- *Retrancher 4 :*

Source	4	11	17	20	25	100
But	0	7	13	16	21	96

− 4

3 Propriétés

- Les fonctions « ajouter » et « retrancher » sont **inverses** : l'une va dans le sens contraire de l'autre.

+ 4

Source	4	11	17	20	25	100
But	0	7	13	16	21	96

− 4

- Les fonctions « ajouter » et « retrancher » **conservent l'ordre** : si les nombres de la source sont dans l'ordre croissant, les nombres du but aussi.
- Les fonctions « ajouter » et « retrancher » **conservent les écarts** :

écart : 13

écart : 80

+ 4

Source	4	11	17	20	25	100
But	0	7	13	16	21	96

− 4

écart : 13

écart : 80

DO.10 LES FONCTIONS NUMÉRIQUES 2

1 Rappel (voir DO.09)

On appelle **fonction numérique** une **relation** entre des nombres de la **source** et des nombres du **but**.

On représente souvent une fonction numérique par une **flèche**.

2 Les fonctions « multiplier » et « diviser »

La fonction « multiplier » fait passer de la source au but en **multipliant toujours par le même nombre**.

➢ *Multiplier par 8 :*

Source	4	7	10	20	31	100
But	**32**	**56**	**80**	**160**	**248**	**800**

x 8

La fonction « diviser » fait passer de la source au but en **divisant toujours par le même nombre**.

➢ *Diviser par 4 :*

Source	4	7	10	20	31	100
But	**1**	**1,75**	**2,5**	**5**	**7,75**	**25**

: 4

3 Propriétés

- Les fonctions « multiplier » et « diviser » sont **inverses** : l'une va dans le sens contraire de l'autre.

: 8

Source	4	7	10	20	31	100
But	32	56	80	160	248	800

x 8

- Les fonctions « multiplier » et « diviser » **conservent l'ordre** : si les nombres de la source sont dans l'ordre croissant, les nombres du but aussi.
- Les fonctions « multiplier » et « diviser » **ne conservent pas les écarts** :

écart : 6 écart : 80

: 8

Source	4	7	10	20	31	100
But	32	56	80	160	248	800

x 8

écart : 48 écart : 640

... mais les écarts sont *proportionnels* (voir DO.11).

DO.11 LA PROPORTIONNALITÉ

1 Définition

On dit que deux grandeurs sont **proportionnelles** quand on peut passer de l'une à l'autre **en multipliant ou en divisant toujours par le même nombre**.

On se trouve alors dans une situation de **proportionnalité**.

- *1 kg de pêches coûte 5 €, 3 kg de pêches coutent 3 x 5 € = 15 €*
  ➔ *c'est une situation de proportionnalité, la masse de pêches est proportionnelle au prix.*

2 Lien avec les fonctions

Dans une situation de proportionnalité, on multiplie ou on divise toujours par le même nombre, **on peut donc utiliser la fonction « multiplier » ou « diviser »**.

- *1 kg de pêches coûte 5 €, 3 kg de pêches coutent 3 x 5 € = 15 €...*

Source : masse (kg)	1	2	3	4	5	10
But : prix (€)	5	10	15	20	25	50

: 5

x 5

On peut toujours représenter une situation de proportionnalité dans un tableau de fonction « multiplier » ou « diviser ». On l'appellera **tableau de proportionnalité**.

3 Propriétés

Dans un tableau de proportionnalité, on peut effectuer certaines **opérations particulières** :

- **La proportionnalité conserve les sommes.**

  - *Quand j'ajoute 2 et 3, j'obtiens 5. Donc quand j'ajoute 10 et 15, j'obtiens 25.*

+

Source : masse (kg)	1	2	3	4	5	10
But : prix (€)	5	10	15	20	25	50

+

: 5

x 5

- **La proportionnalité conserve la fonction « multiplier ».**

  - *Quand je multiplie 1 par 10, j'obtiens 10. Donc quand je multiplie 5 par 10, j'obtiens 50.*

x 10

Source : masse (kg)	1	2	3	4	5	10
But : prix (€)	5	10	15	20	25	50

x 10

: 5

x 5

DO.12 — LA RÈGLE DE TROIS

1 Définition

La règle de trois est une situation de **proportionnalité** particulière :

- on donne **deux** valeurs proportionnelles, et une **troisième** valeur (source ou but)
- il faut trouver la **quatrième** valeur, qui est **proportionnelle**.

➢ *Exemple : 3 livres coutent 18 €.* *(deux valeurs proportionnelles)*
Quel est le prix de 5 livres ? *(troisième valeur)*

On doit trouver la quatrième valeur : le prix de 5 livres.

On peut représenter une règle de trois dans un tableau :

Nombre de livres	3	5
Prix (€)	18	?

on cherche cette valeur

2 Résoudre une règle de trois

- Avec l'opérateur de multiplication :

Nombre de livres	3	5
Prix (€)	18	**30**

× 6

➢ *3 livres coutent 18 €.*

➢ *3 × 6 = 18, donc l'opérateur est × 6.*

➢ ***5 livres** coutent **5 × 6 = 30 €.***

- Avec le passage par l'unité :

: 3

Nombre de livres	3	5	**1**
Prix (€)	18	**30**	**6**

× 5

➢ *3 livres coutent 18 €, donc **1 livre** coute **18 € : 3 = 6 €.***

➢ ***5 livres** coutent **6 € × 5 = 30 €.***

- Avec le « produit en croix » :

Nombre de livres	3	5
Prix (€)	18	?

➢ *On effectue les mêmes calculs que pour le passage à l'unité, en suivant la flèche en croix.*

➢ *18 × 5 : 3 = 30*

➢ ***5 livres coutent 30 €.***